TOME 17 SUPPLÉMENT AU N° 6 JUIN 1956

LE JOURNAL DE PHYSIQUE

ET

LE RADIUM

PHYSIQUE APPLIQUÉE

SÉLECTEURS EN TEMPS A LIGNES A RETARD

Par J. THENARD et H. GUILLON,

Commissariat à l'Énergie Atomique, Centre d'Études Nucléaires, Saclay (S.-et-O.).

Sommaire. — Après avoir examiné les possibilités offertes par l'emploi des lignes à retard dans les sélecteurs en temps on donne le principe d'un appareil qui, grâce à l'utilisation de ces lignes, permet d'atteindre des largeurs de canaux d'une fraction de microseconde. Par rapport aux appareils classiques certains avantages sont escomptés en faveur de ce système, sans qu'aucune restriction ne soit apportée dans les possibilités d'utilisation.

Les sélecteurs en temps sont des appareils destinés à établir la statistique des intervalles de temps séparant des événements A d'événements B de nature différente, qui leurs sont liés ; ces appareils trouvent notamment une application dans les mesures de temps de vol des neutrons [1, 2, 3].

La méthode généralement utilisée jusqu'à présent consiste à transformer ces événements en impulsions électriques a et b de courte durée. L'impulsion a étant prise pour origine, on découpe le temps en un certain nombre d'intervalles égaux à Δt ou *bandes* et l'on compte le nombre d'impulsions b qui surviennent dans chaque bande. Pratiquement chacun de ces intervalles de temps est matérialisé par une impulsion rectangulaire ou *porte* existant sur une voie qui lui est propre ; la coïncidence entre une impulsion du type b et une porte donne lieu au comptage d'une unité dans le canal de numération correspondant. La précision sur la définition des temps est assurée grâce à un oscillateur sinusoïdal ; on obtient, à partir de la sinusoïde, un train d'impulsions de même période, qui actionne un *anneau* ou *pas-à-pas* [4]. Les portes sont engendrées par les éléments de cet anneau.

Pour un grand nombre de canaux (100 par exemple) on n'utilise pas un seul, mais deux anneaux : l'un fournissant 10 portes étroites de durée Δt, l'autre 10 portes larges de durée égale à 10 Δt, obtenues à partir des premières. L'aiguillage des impulsions b sur les voies de comptage s'effectue alors par 100 circuits de coïncidences triples. Mais la simplification obtenue dans la réalisation de l'anneau est partiellement compensée par la complexité des systèmes à coïncidences.

L'utilisation d'une ligne à retard est susceptible d'apporter de grandes simplifications aux sélecteurs de temps. L'avantage présenté par l'emploi de ces lignes est d'autant plus évident que la largeur des canaux est plus petite ; il est en effet d'autant plus facile de construire des lignes à retard qu'on leur demande des délais plus brefs, alors que les difficultés augmentent lorsqu'on veut réaliser des anneaux de plus en plus rapides. S'il existait des lignes à retard parfaites on pourrait construire un sélecteur idéalement simple d'après le schéma de la figure 1 ; les impulsions a, b_1, b_2, b_3, b_4,... sont appliquées à l'entrée de la ligne (leur polarité, par exemple, peut permettre de distinguer a de b) ; l'arrivée de l'impulsion a à la sortie provoque l'ouverture des circuits à coïncidences C pendant la durée Δt ; les impulsions b_1, b_2, b_3, ... qui sont alors situées le long de la ligne à des distances *d*, proportionnelles à leur retard sur a passent pendant le temps Δt devant une des prises et actionnent un numérateur.

La ligne joue ici un double rôle : 1° Elle détermine les intervalles de temps Δt ; il n'y a donc pas besoin d'autre étalon de temps. 2° Elle distribue les impulsions du type b sur les voies de comptage. Seul le second point est à retenir. Il est, en effet, difficile d'utiliser une ligne à retard pour déter-

miner des temps d'une façon précise, car une impulsion appliquée à l'entrée se déforme au fur et à mesure qu'elle progresse le long de la ligne. La fréquence de coupure devrait donc être très grande devant $1/\Delta t$ et l'utilisation de répéteurs à chaque tronçon de ligne serait sans doute nécessaire pour compenser les pertes. En outre, cette ligne devrait posséder un coefficient de température très faible, ou être placée dans une enceinte thermostatée. Le procédé serait donc très onéreux.

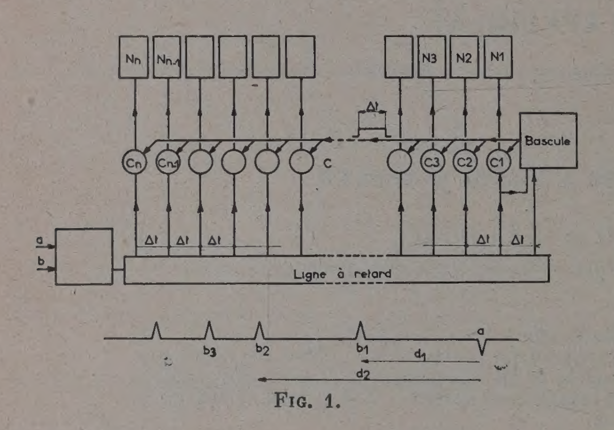


Fig. 1.

Pour éviter ces difficultés nous avons préféré synchroniser le fonctionnement du sélecteur en temps à l'aide d'un oscillateur déclenché par l'impulsion a. Contrairement à ce qui est représenté par le schéma de la figure 1, nous appliquons les impulsions du type b aux circuits de coïncidence et nous faisons circuler la porte le long de la ligne. L'impulsion-porte peut alors aisément être remise en phase périodiquement par des circuits qui ont également pour fonction d'assurer sa régénération (*fig.* 2.)

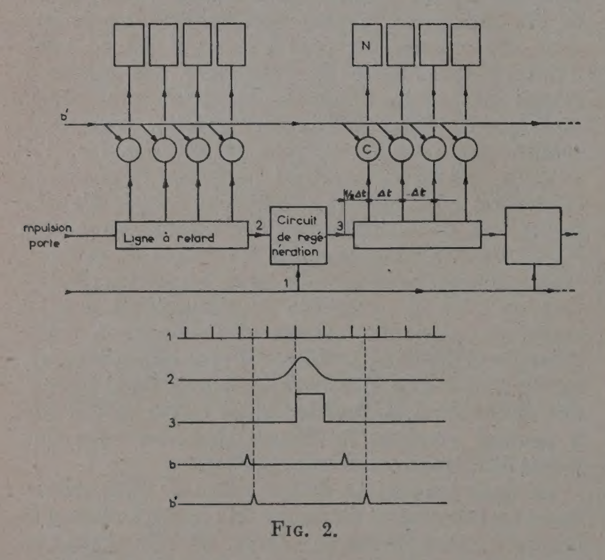


Fig. 2.

En raison de l'élargissement progressif de la porte et de la durée notable des impulsions du type b, nous risquons de compter une même impulsion dans deux canaux adjacents. Cet inconvénient peut être éliminé en réalisant des réactions convenables entre les circuits de coïncidence consécutifs, ou mieux, en décalant les impulsions b en b′ de telle façon qu'elles soient mises en coïncidence avec le centre de l'impulsion-porte [5]. Cette dernière opération est appelée *mise en phase.*

On pourrait penser qu'un tel sélecteur, équipé d'une ligne à retard donnée, possède une largeur de canal immuable. Cependant à l'aide du dispositif de décalage des impulsions b nous pouvons obtenir des bandes dont la largeur est un multiple de Δt. Pour obtenir une largeur de bande égale à $n\ \Delta t$, il est nécessaire : — d'effectuer la mise en phase des impulsions b selon une période qui soit n fois plus grande que celle de l'oscillateur ; — de refermer la ligne à retard sur elle-même de sorte que l'impulsion-porte puisse la parcourir n fois (*fig.* 3) ; — d'utiliser un nombre de canaux qui

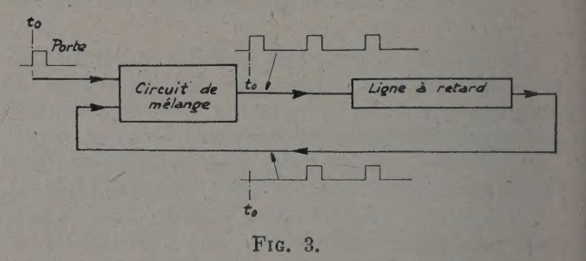


Fig. 3.

n'ait pas de commun diviseur avec n. Si l'on possède, par exemple, 10 canaux et que l'on veuille porter la largeur de bande de Δt à $3\ \Delta t$ on devra faire la lecture des numérateurs dans l'ordre suivant : 3, 6, 9, 2, 5, 8, 1, 4, 7 et 10.

Il est également possible de différer l'analyse, c'est-à-dire de ne pas enregistrer les événements B avant qu'un certain temps ne se soit écoulé depuis l'événement A. Il suffit de faire tourner une ou plusieurs fois l'impulsion-porte le long de la ligne avant d'admettre les impulsions b dans les circuits de coïncidence.

Les essais auxquels nous avons procédé nous permettent de conclure qu'en utilisant des lignes à retard commerciales, il est possible de construire un sélecteur à 100 bandes de 0,5 microseconde ; la régénération de l'impulsion-porte peut n'être effectuée que toutes les 5 microsecondes.

Les avantages escomptés par rapport à un sélecteur classique sont les suivants : — simplification des schémas ; — réduction du nombre des lampes

et de la consommation de courant (les 100 lampes de coïncidence étant bloquées au repos) ; — augmentation de la sécurité de fonctionnement ; — facilité de dépannage.

Le coût de l'appareil sera sans doute à peu près identique en raison du prix élevé des lignes à retard.

Manuscrit reçu le 30 novembre 1955.

Note. — Les dispositions décrites ont fait l'objet d'une prise de brevet français (n° PV 700.194 du 5-10-55).

BIBLIOGRAPHIE

[1] Desneiges (P.), *J. Physique Rad.*, 1953, **14**, 212-213.
[2] Galula (M.), Jacrot (B.) et Netter (F.), *J. Physique Rad.*, 1954, **15**, 59-60 s.
[3] Trier (P. E.), Hammerton (J. C.) et Wolfendale (E.), *Rev. Tech. Philips*, 1954, **16**, 4, 101-118.
[4] Œhmichen (J. P.), *Toute la radio*, 1954, **188**, 277-281.
[5] de Bois-Blanc (D. R.) et Mc Collom (K. A.), (Communication privée).

REVUE DES LIVRES

Kohn-Abrest (E.), **Précis de toxicologie.** (1 vol., 15,5 × 24 cm, 506 pages, Doin, Paris, 1955, 3 500 F.)

Troisième édition du *Précis*, dont l'auteur possède une compétence trop universellement connue pour qu'il soit utile d'y insister. Le livre, comme il est normal, traite surtout de chimie analytique. Les procédés physiques de détection y sont sommairement indiqués, l'auteur renvoyant (comme par exemple dans le cas de l'oxyde de carbone) aux ouvrages plus étroitement spécialisés.

J. L.

Mullins (B. P.), **Inflammation spontanée des combustibles liquides.** (Spontaneous ignition of liquid fuels.) 1 vol., 16 × 26 cm, XI + 117 pages, Butterworth Scientific publications, Londres, 20 sh.

Publication patronnée par le A. G. A. R. D. (Advisory Group for Aeronautical Research and Development de l'O. T. A. N.). Après un court paragraphe sur les théories générales des réactions, l'auteur étudie les différentes méthodes de détermination du point d'inflammation spontanée. Il en donne ensuite les tables (à la pression atmosphérique) pour près de 400 composés organiques combustibles, ou figurent les temps d'inflammation, dans l'oxygène ou dans l'air, à diverses températures. Les chapitres suivants sont consacrés à l'effet d'additions de différents inhibiteurs ou antidétonants (plomb tétraéthyle, nitrites et nitrates organiques et autres), aux facteurs agissant sur le temps d'inflammation, et à l'application des résultats obtenus aux incendies et au fonctionnement des différents moteurs à combustion interne. Abondante liste bibliographique (347 références) et index alphabétique. En conclusion, l'auteur constate que « La température d'inflammation spontanée d'un combustible n'est pas une propriété absolue et les données doivent être soigneusement interprétés en fonction des conditions et des méthodes qui les ont fournies ». L'ouvrage est luxueusement édité.

J. L.

Lecher. **Cours de physique pour les médecins et les biologistes.** (Lehrbuch der Physyk für Mediziner und Biologen.) 1 vol., 17 × 23,5 cm, 383 pages, B. G. Teubner, Leipzig, 14,40 DM.)

Onzième édition du manuel classique, remise à jour, dix ans après la précédente, par MM. Schreiber et Seidl. C'est un cours élémentaire sur l'ensemble de la physique, dont le niveau correspond à peu près à celui de nos étudiants du P. C. B. Il est clair et soigneusement présenté, bien adapté au public auquel il s'adresse, sans autres prétentions que pédagogiques.

Clark (G. L.), **Applications des rayons X.** (Applied X Rays.) 1 vol., 16 × 25,5 cm, 843 p., McGraw-Hill, Londres, 89 sh 6 d.

Quatrième édition du livre bien connu, dont la première édition date de 1927, et la troisième de 1940. La dernière, entièrement remise à jour, contient 169 pages de plus que la précédente ; elle comporte plus de 400 figures et plus de 700 références bibliographiques, réparties au bas des pages en général, avec toutefois deux courtes listes sur les multiplicateurs d'électrons et les compteurs à scintillation. Les principales additions portent sur : 1° l'appareillage pour la production des rayons, avec le bétatron de 350 millions de volts et les autres générateurs d'électrons allant jusqu'à un milliard de volts, et, d'autre part sur les postes légers employés par l'industrie ; 2° le renouveau de la spectroscopie des rayons X amené par l'emploi des compteurs G.-M., des photomultiplicateurs et des compteurs à scintillation ; 3° le développement, grâce aux mêmes moyens, de l'analyse par fluorescence ; 4° le développement des recherches sur les effets chimiques des rayons X, et la production de radicaux libres en solution aqueuse ; 5° l'étude des effets biologiques des rayons ; 6° enfin, et surtout, les extraordinaires progrès survenus dans la technique, l'interprétation et les résultats de l'analyse des structures cristallines et moléculaires au moyen de la diffraction des rayons X.

J. L.

ABAQUE POUR LA RÉSOLUTION D'UN PROBLÈME DE LENTILLES ÉLECTRIQUES OU MAGNÉTIQUES A GRADIENTS ALTERNES

Par PHILIPPE LÉVY,
Laboratoire de Synthèse atomique (Ivry).

Sommaire. — On décrit une abaque qui facilite l'établissement d'un projet ou le réglage d'une lentille à gradient, alterné dans le cas où l'on focalise au même point dans deux directions ; on envisage l'utilisation d'une telle lentille dans le système de focalisation de la source d'un accélérateur.

L'établissement d'un projet de lentille à gradient alterné est rendu assez compliqué par le grand nombre de paramètres qui oblige à des tâtonnements. En effet, du point de vue optique, une telle lentille est la superposition de 2 systèmes optiques composés de 2 lentilles chacun ; les éléments tels que distance objet, distance image, grandissement, sont différents dans 2 plans perpendiculaires. Outre ceux-ci les différents paramètres du problème sont les longueurs l_1, l_2 de chaque lentille, la distance qui les sépare d, leurs diamètres a_1, a_2, leurs tensions (ou leurs champs magnétiques) d'excitation, l'énergie des particules. D'autre part, la résolution du problème implique la solution d'équations du 2e et du 3e degré.

Dans le cas particulier qui nous intéresse, c'est-à-dire la formation de l'*image d'un seul objet au même point* dans les 2 plans de focalisation, nous avons groupé les paramètres et construit une abaque qui facilite sensiblement la résolution du problème.

Détermination de l'abaque. — Rappelons quelques résultats : soit l_i la longueur d'une des lentilles, *d leur distance*, K un paramètre qui incorpore toutes les données concernant le champ électrique ou magnétique et que nous détaillerons plus loin. Les distances focales d'une lentille dans les 2 plans de symétrie sont :

$$f_i^1 = \frac{1}{\sqrt{K_i}\sin\sqrt{K_i}\,l_i} \qquad f_i^2 = -\frac{1}{\sqrt{K_i}\,\mathrm{sh}\sqrt{K_i}\,l_i}.$$

Les distances du plan principal objet à l'extrémité de la lentille sont :

$$X_i'^1 = \frac{1-\cos\sqrt{K_i}\,l_i}{\sqrt{K_i}\sin\sqrt{K_i}\,l_i} \qquad X_i'^2 = \frac{1-\mathrm{ch}\sqrt{K_i}\,l_i}{\sqrt{K_i}\,\mathrm{sh}\sqrt{K_i}\,l_i}$$

(l'indice supérieur indique le plan de symétrie considéré, l'indice inférieur la lentille considérée).

Plan principal objet et foyer objet sont symétriques du plan principal image et du foyer image par rapport au centre de la lentille. En général, dans la pratique, $\sqrt{K_i}l_i$ reste assez petit pour qu'on puisse remplacer les lignes trigonométriques par leur développement limité au 2e terme. Dès lors, $f_i^1 = -f_i^2 = 1/K_i l$ et les plans principaux de chaque lentille sont confondus au centre de celle-ci qui peut être assimilée à une lentille mince.

On a le système de la figure 1.

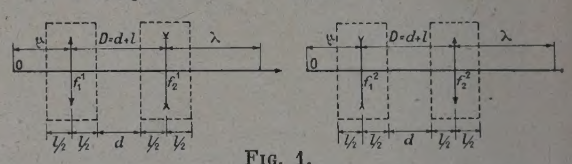


FIG. 1.

Pour les deux systèmes correspondant au plan 1 et 2 on doit avoir des distances objet et image identiques. Un calcul simple montre qu'il existe 2 couples de solution λ et μ racines des équations :

$$\lambda^2(f_2^2 - f_1f_2 - D^2) - 2\lambda f_2^2D + f_2^2D^2 = 0 \qquad (1)$$

$$\mu^2(f_1^2 - f_1f_2 - D^2 + 2\mu f_1^2D + f_1^2D^2 = 0 \qquad (2)$$

$$D = d + l. \qquad \left(d + \frac{l_1 + l_2}{2} \quad \text{si} \quad l_1 \neq l_2\right).$$

(En raison de l'égalité $f_i^1 = -f_i^2$, on a supprimé les indices supérieurs : $f_i = |f_i^1| = |f_i^2|$.)

Prenons D comme unité. Il vient :

$$\Lambda^2[F_2^2 - F_1F_2 - 1] - 2\Lambda F_2^2 + F_2^2 = 0 \qquad (3)$$

$$M^2[F_1^2 - F_1F_2 - 1] + 2MF_1^2 + F_1^2 = 0 \qquad (4)$$

avec $\Lambda = \dfrac{\lambda}{D} \qquad M = \dfrac{\mu}{D} \qquad F_1 = \dfrac{f_1}{D} \qquad F_2 = \dfrac{f_2}{D}$ (5)

équations qui peuvent se mettre sous la forme :

$$\Lambda^2\left[1 - \frac{F_1}{F_2} - \frac{1}{F_2^2}\right] - 2\Lambda + 1 = 0 \qquad (6)$$

$$\Lambda^2[A] - 2\Lambda + 1 = 0 \qquad (6')$$

$$M^2\left[1 - \frac{F_2}{F_1^2} - \frac{1}{F_1^2}\right] + 2M + 1 = 0 \qquad (7)$$

$$M^2[A'] + 2M + 1 = 0. \qquad (7')$$

Ces 2 équations représentent 2 cubiques symétriques par rapport à l'axe des A ou A' (en prenant A ou A' comme variables).

Nous nous sommes limités à une image réelle et à un objet réel ($\Lambda > 0$, $M < 0$), ce qui restreint les solutions à un couple de valeurs mais il n'y a aucune difficulté à compléter les graphiques dans les autres cas.

Il reste la solution :

$$\Lambda = \frac{1 - \sqrt{1 - A}}{A} \qquad (8)$$

qui correspond à :

$$M = \frac{+-1+\sqrt{1-A'}}{A'} \quad A \text{ et } A' < 0. \qquad (8')$$

Fig. 2.

Nous voyons donc que si nous voulons calculer Λ et M en fonction du paramètre A ou A', ce calcul n'aura à être effectué qu'une fois puisque ces valeurs sont symétriques.

Prenons maintenant comme variable $U_1 = 1/F_1$ et $U_2 = 1/F_2$

$$U_1 = \frac{D}{1/K_1 l} = K_1 l(d+l) = K_1 l^2 (1+\alpha) \text{ avec } \alpha = d/l$$

$$U_1 = \frac{V_1}{2\varphi}\frac{l^2}{a^2}(1+\alpha) \qquad \text{dans le cas électrique}$$

$$U_1 = \frac{R_1}{Br}\frac{l^2}{a^2}(1+\alpha) \qquad \text{dans le cas magnétique}$$

B_i tension de la lentille, φ tension du faisceau, a rayon de la lentille $k_1 = \frac{\delta B}{\delta r}$, B champ magnétique.

Ceci met en évidence les différents paramètres de la lentille notamment φ et k sur lesquelles sont effectués les réglages en cours d'expérience. Si nous construisons maintenant un réseau de courbes $A(U_1, U_2)$, = Cte, $A'(U_1, U_2)$ = Cte, courbes qui sont d'ailleurs symétriques l'une de l'autre (on passe de A à A' en en permutant U^1 et U_2) nous pourrons les graduer en Λ et M. L'intersection de 2 courbes donne les valeurs de U_1 et U_2 pour lesquelles on obtient un Λ et un M donnés.

Ayant un moyen rapide de déterminer Λ et M, il est facile de calculer les grandissements dans les 2 plans et de superposer les courbes sur la même abaque. Pour ne pas surcharger le dessin, nous n'avons indiqué sur l'abaque que les courbes $G_1 = 1{,}2$ et $G = 1$ dans le plan 1.

Détermination d'une lentille. — Ces abaques facilitent de beaucoup la détermination d'une lentille. En général, un certain nombre de paramètres sont imposés optiquement ou mécaniquement (grandissement compris entre certaines limites, dimension de la lentille, distance image, distance objet, etc...) par exemple ; si la distance entre l'objet et l'image est L, on a la relation :

$$\Lambda| + |M| + 1 = \frac{L}{l(1+\alpha)}$$

en outre, pour que l'image et l'objet soient à l'extérieur de la lentille, il faut que :

$$\Lambda l(1+\alpha) > l/2 \text{ ou } 1+\alpha > \frac{1}{2\Lambda} ;$$

de même $$1+\alpha > \frac{1}{2|M|}$$

enfin, les approximations ne sont valables que pour $Kl^2 < 0{,}7$ ce qui fixe encore une donnée pour α. Toutes ces conditions peuvent se traduire sur les abaques. De cette façon, il peut rester un certain nombre de tâtonnements à effectuer mais la détermination est beaucoup plus rapide puisqu'il n'y a plus d'équations à résoudre.

Réglage d'une lentille. — Enfin, lors du réglage d'une lentille, si les tensions — ou les champs — sont prises sur une alimentation commune, ce qui est le cas général, en faisant varier l'alimentation, on se déplace sur une droite

$$\frac{V_2}{U_2} > \text{Cste}\left(\frac{V_2}{g_1} \text{ou} \frac{k}{k_1} = \text{Cste}\right) ;$$

en laissant l'alimentation fixe, on se déplace sur une droite $u_1 + u_2$ = Cte.

Cela permet donc de suivre facilement un réglage.

Nous avons utilisé cette abaque pour le calcul d'une lentille électrique qui serait destinée à focaliser les ions à la sortie d'une source d'ions d'un accélérateur. La tension est alors suffisamment faible pour pouvoir être prise sur la tension d'extraction. On supprime ainsi une haute tension de 40 kV dans la cloche de l'accélérateur et la focalisation ne serait pas modifiée par les réglages de l'extraction.

Si les résultats expérimentaux sont positifs, à ces faibles énergies et avec des angles relativement importants (la tension nécessaire croît en effet avec l'ouverture du faisceau) nous essaierons une lentille magnétique à aimant permanent. Cette lentille séparerait de plus partiellement les deutons des autres ions. Le débit inutile de l'accélérateur en serait diminué d'autant.

Manuscrit reçu le 14 octobre 1955.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE ET LE RADIUM
PHYSIQUE APPLIQUÉE

SUPPLÉMENT AU N° 6
TOME 17, JUIN 1956, PAGE 62 A

PROPRIÉTÉS DIÉLECTRIQUES DES CÉRAMIQUES AU TITANATE DE BARYUM

Par G. MESNARD et L. EYRAUD,
Institut de Physique Générale de l'Université de Lyon.

Sommaire. — On a étudié les propriétés diélectriques de céramiques au titanate de baryum obtenues par compression et frittage et formant condensateurs. On indique d'abord l'évolution, en fonction de la température, du cycle d'hystérésis, en mettant en évidence les variations de la polarisation spontanée, de la polarisation rémanente et du champ coercitif. On décrit ensuite les résultats obtenus en ce qui concerne la constante diélectrique et les pertes de la céramique pour une faible tension alternative superposée à une tension continue, en faisant intervenir l'influence de la valeur de la tension continue et celle de la température variable de — 150 à + 200° C. On a expliqué le comportement des céramiques en tenant compte de l'évolution des domaines ferroélectriques en fonction du champ.

Introduction. — Nous avons précisé, dans une publication antérieure [1], les propriétés électromécaniques des céramiques au titanate de baryum. Nous avons vu que ces propriétés étaient étroitement liées aux propriétés diélectriques ; en particulier les unes et les autres sont sous la dépendance de l'évolution des domaines ferroélectriques. Nous allons analyser ici ces propriétés diélectriques ; les échantillons sont préparés de la même façon et le dispositif permettant les mesures aux diverses températures est le même.

Les corps ferroélectriques comme le titanate de baryum ont des propriétés diélectriques particulières provenant de l'existence d'une polarisation spontanée qui dépend de la température (ce qui les fait rentrer dans la catégorie des corps pyroélectriques), mais leur propriété caractéristique est que la polarisation est influencée par un champ électrique, et varie avec le champ en présentant de l'hystérésis. Ainsi les phénomènes de polarisation diélectrique dans les corps ferroélectriques sont particulièrement complexes : indépendamment des effets habituels de polarisation électronique et ionique (ou atomique), il faut faire intervenir une polarisation dipolaire ; ces mécanismes s'influencent mutuellement et en outre la polarisation dipolaire n'est pas uniquement induite, mais présente un caractère spécial du fait de l'existence d'une polarisation spontanée et des interactions dipolaires conduisant à des domaines ferroélectriques dont on explique aisément la formation [2] et qui ont effectivement été observés [3]. En dépit d'une nette analogie avec le ferromagnétisme, la situation est ici plus complexe, car, pour les corps ferromagnétiques, à température constante, la grandeur de l'aimantation est sensiblement constante à l'intérieur d'un domaine, le champ magnétique provoquant seulement des changements de direction de l'aimantation dans les domaines et des déplacements de parois de domaines.

De nombreuses mesures ont déjà été faites sur les propriétés diélectriques du titanate de baryum. On a étudié non seulement les céramiques [4], mais aussi les monocristaux [5]. L'interprétation des mesures faites sur les monocristaux est relativement simple en appliquant le champ électrique suivant l'un des axes cristallins du titanate ; on oriente aisément les domaines dans la direction du champ et, à partir de ce moment, on n'a plus à faire intervenir, dans l'interprétation des résultats, des changements d'orientation de la polarisation tant que l'on ne renverse pas le sens de la polarisation par un champ suffisant appliqué en sens inverse de la polarisation préalablement établie ; de plus les domaines s'orientent pratiquement tous en même temps dans le sens du champ appliqué, de sorte que le cycle d'hystérésis est sensiblement rectangulaire. Au contraire, pour les céramiques, des changements importants dans les directions de polarisation des diverses parties se produisent jusqu'à des valeurs élevées du champ électrique et il y a le plus souvent une contribution importante aux variations de la polarisation due aux mouvements de domaines. Les théories concernant les propriétés diélectriques du titanate de baryum qui ont été émises jusqu'ici [6] tentaient d'expliquer essentiellement ce que l'on observe sur les monocristaux ; elles ne rendent pas compte d'une façon précise des propriétés des céramiques ; en particulier la théorie des domaines ferroélectriques n'a pas été faite.

Nous avons essayé de préciser les diverses contributions dues aux divers mécanismes possibles, dans l'explication des propriétés diélectriques des céramiques au titanate de baryum. Pour cela nous avons d'abord fait une étude détaillée des cycles d'hystérésis obtenus aux diverses températures ; de tels cycles ont déjà été observés par divers auteurs, mais aucun résultat précis n'a été signalé concernant l'évolution du cycle dans une large zone de températures.

D'autre part nous avons mesuré la constante

diélectrique et les pertes de la céramique résultant de l'application d'une faible tension alternative, et étudié leurs variations avec la température et en présence d'un champ électrique statique variable. Nos explications nouvelles garderont un caractère assez qualitatif car d'autres essais sont nécessaires avant de pouvoir formuler une théorie mathématique valable des domaines ferroélectriques.

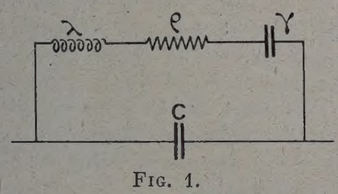


Fig. 1.

On a montré [1] que lorsque la céramique était soumise à une tension alternative des résonances pouvaient se produire ; en ne faisant intervenir qu'une résonance, on obtient pour le condensateur au titanate de baryum le schéma équivalent de la figure 1. Or ce que nous voulons étudier c'est la capacité C du condensateur lorsqu'aucune vibration mécanique ne se produit ; pour cela il convient de faire les mesures diélectriques à très haute fréquence, de façon que les vibrations ne puissent se produire (l'impédance du circuit ρ, λ, γ qui représente les vibrations mécaniques devient d'ailleurs élevée dans ces conditions et n'intervient plus). Les mesures étant alors délicates et les résultats concernant C risquant d'être différents de ceux que l'on obtiendrait à basse fréquence, nous n'avons pas opéré à ces fréquences élevées ; au contraire nous avons opéré à une fréquence assez basse dans nos essais actuels pour ne pas avoir à faire intervenir, au stade actuel de l'étude, les divers effets de relaxation diélectrique, dont certains ont déjà été signalés [7]. Nous avons essentiellement opéré à une fréquence de 50 périodes par seconde ; cette fréquence est suffisamment basse pour que le circuit équivalent se réduise pratiquement aux 2 capacités C et γ. Or on a montré que γ ne dépassait pas quelques dizaines de pF pour nos dimensions de céramiques alors que C vaut plusieurs centaines de pF au minimum. Nous pouvons donc considérer que nous mesurons encore sensiblement C : en fait nous mesurons la capacité de la céramique lorsque celle-ci est « libre », c'est-à-dire lorsqu'elle subit les déformations normales, résultant de ses propriétés électromécaniques, sous l'action d'un champ électrique, sans contrainte appréciable d'ordre mécanique. Les importantes évolutions que nous avons observées proviennent essentiellement de C.

Étude du cycle d'hystérésis

Dispositif de mesure. — On a obtenu le cycle d'hystérésis à l'aide du montage classique représenté par la figure 2. La tension appliquée est une tension alternative à 50 Hz et le cycle est observé sur un oscillographe cathodique : le diviseur R, R' donne une déviation horizontale proportionnelle à la tension appliquée à la céramique, c'est-à-dire au champ (la capacité c permet éven-

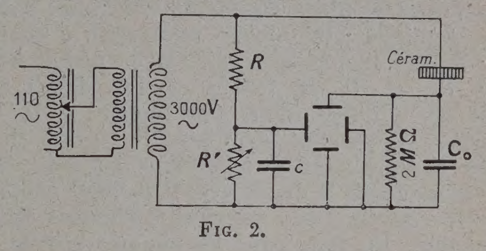


Fig. 2.

tuellement de faire une correction de pertes). La capacité C_0 est élevée par rapport à la capacité C de la céramique ; celle-ci recueille donc la quasi-totalité de la tension alternative. La déviation verticale de l'oscillographe, égale à la tension aux bornes de C_0, est sensiblement proportionnelle à la charge de C_0 qui est égale à celle du condensateur céramique. On obtient donc sur l'écran la courbe donnant la charge Q de la céramique en fonction du champ appliqué E, sous la forme d'un cycle d'hystérésis décrit 50 fois par seconde. Cette méthode est préférable à une méthode statique car les charges produites s'écoulent rapidement ; toutefois une méthode balistique est possible. Ici on peut admettre que le cycle est décrit adiabatiquement. Il n'est pas exclu que la fréquence utilisée pour décrire le cycle ait une certaine influence sur sa forme ; il a déjà été signalé que de nettes différences se manifestent aux très hautes fréquences [8].

De la relation $D = E + 4\pi P$, on déduit :

$$\frac{Q}{S} = \frac{E}{4\pi} + P,$$

Fig. 3.

S étant la surface des armatures du condensateur céramique, P n'est pas proportionnel à E, à cause de l'existence d'une polarisation spontanée, au-

dessous du point de Curie. Il n'y a pas lieu de faire une correction pour les pertes ordinaires de la céramique, car les pertes dues à l'hystérésis sont de beaucoup les plus importantes au-dessous du point de Curie. Nous avons mesuré (*fig.* 3) : Q_m, charge correspondant au champ électrique maximum appliqué ; Q_r, charge rémanente à champ nul ; et E_c, champ coercitif. On en déduit aisément P_m et P_r en tenant compte de ce que $E/4\pi$ est toujours faible par rapport à P. On obtient la polarisation spontanée P_s à partir de la valeur Q_s correspondant à l'intersection avec l'axe des ordonnées de la droite avec laquelle se confond le cycle à partir d'une valeur suffisamment élevée du champ. En fait, pour les champs utilisés, le cycle ne se confondrait pas toujours rigoureusement avec une droite aux champs les plus élevés ; cela est vraisemblablement dû à ce que l'on ne pouvait toujours orienter les domaines à la saturation, de sorte que l'on n'observait pas toujours un accroissement de polarisation rigoureusement proportionnel à l'augmentation du champ ; toutefois la valeur obtenue pour P_s en prenant la tangente à la partie « retour » du cycle à son extrémité donne une idée assez précise de la polarisation spontanée que l'application d'un champ électrique élevé permet d'obtenir.

Résultats. — Nous avons étudié les variations de E_c, P_m et P_r ainsi que de P_s obtenu par la méthode décrite ci-dessus, qui revient à admettre qu'aux tensions élevées la polarisation spontanée a atteint son maximum et que l'augmentation de polarisation provient de la polarisation induite. Ces grandeurs dépendent de la température ; nous les avons étudiées depuis le point de Curie vers les hautes températures (où le cycle apparaît) jusqu'à — 150° C vers les basses températures. Précisons que l'échantillon a toujours été chauffé et refroidi progressivement en évitant notamment les variations brusques (« trempe ») susceptibles d'altérer la forme du cycle.

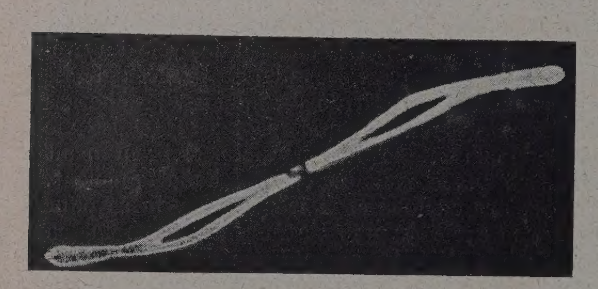


Fig. 4.

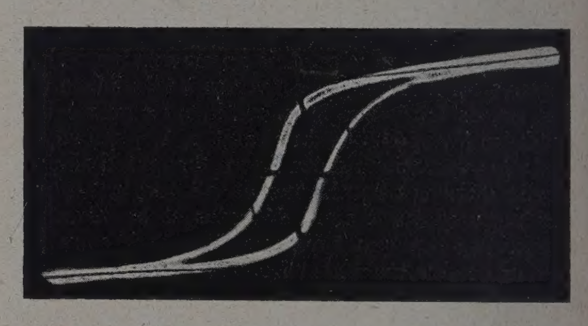


Fig. 5.

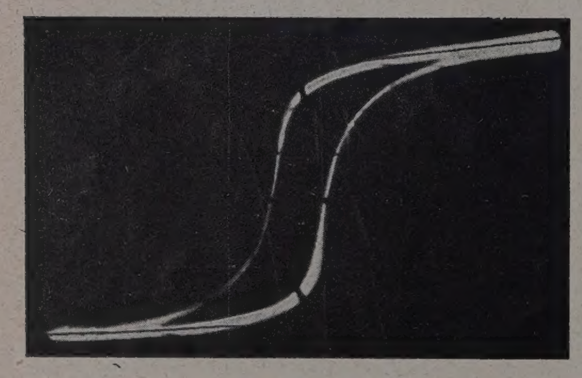


Fig. 6.

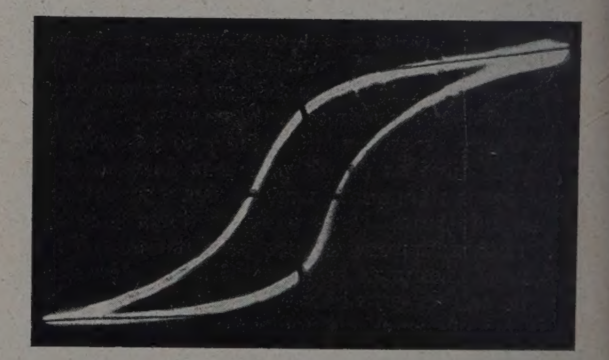


Fig. 7.

En abscisse, le champ électrique : 1 cm représente un champ de 5 250 V/cm.
En ordonnée, la polarisation : 1 cm représente une polarisation de 8,75 μC/cm².

Nous donnons sur les figures 4 à 7 quelques cycles observés pour un champ variant entre — 20 000 et + 20 000 volts par cm. La figure 4 indique ce que l'on obtient vers le point de Curie lorsque le cycle commence à apparaître ; au-dessus du point de Curie on obtenait une droite de polarisation induite (cette droite devenant une ellipse nettement au-dessus du point de Curie si l'on ne compense pas les pertes) ; la courbe de la figure 4 donne sensiblement encore au voisinage de l'origine une droite

de polarisation induite (correspondant d'ailleurs à une forte constante diélectrique), tandis qu'aux champs élevés on a l'allure des cycles obtenus au-dessous du point du Curie, avec une constante diélectrique plus faible qu'autour de l'origine. Nous n'insisterons pas sur l'analyse de cette courbe déjà obtenue et étudiée par Merz dans le cas des monocristaux ; le fait de l'obtenir aussi pour des céramiques montre que, même dans ce cas, la transition obtenue au point de Curie est encore extrêmement nette puisque l'application d'un champ électrique nous permet de voir nettement, à température constante, le passage à travers le point de Curie. La figure 5 est un cycle obtenu vers 50° C dans la région (10° C-120° C) où le titanate est tétragonal ; la figure 6 est un cycle obtenu vers — 30° C dans la région (— 70° C - 10° C) où le titanate est orthorhombique ; enfin la figure 7 représente un cycle obtenu vers — 120° C dans la région (au-dessous de — 70° C) où le titanate est trigonal. On remarque que l'on atteint très largement la zone de quasi-saturation pour le titanate tétragonal, moins largement pour le titanate orthothombique, moins encore pour le titanate trigonal (dans ce dernier cas, pour obtenir encore sensiblement P_s, on a utilisé la tangente à la partie de la courbe correspondant au début de la décroissance du champ). La saturation devient moins bonne quand la température baisse parce que le champ coercitif devient plus élevé.

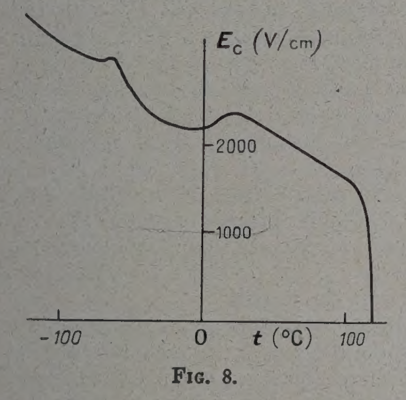


Fig. 8.

La figure 8 représente l'influence de la température sur le champ coercitif, tandis que la figure 9 représente les variations de P_r et de P_s (on n'a pas représenté la variation de P_m qui est analogue). Les résultats essentiels sont les suivants. En ce qui concerne le champ coercitif, on voit qu'il diminue quand la température augmente ; la diminution est progressive ; elle devient très rapide lorsqu'on approche du point de Curie pour lequel le champ coercitif s'annule ; les autres transitions se manifestent également par un minimum suivi d'un maximum peu accusé, la transition correspondant plutôt au minimum. Pour P_r et P_s, quand la température croît, il y a d'abord une légère croissance, puis un palier, puis un maximum lorsqu'on arrive à la première transition ; ensuite se trouve à nouveau un palier, puis un maximum lorsqu'on arrive à la deuxième transition ; on se trouve ensuite à un niveau nettement plus faible avec un palier légèrement incliné ; cette décroissance progressive fait place à une décroissance très rapide (avec peut-être une discontinuité) lorsqu'on arrive au point de Curie. On remarque que les maxima correspondant aux deux transitions entres structures ferroélectriques sont assez étalés et il n'y a pas symétrie de part et d'autre de ces maxima car il y a eu changement de structure.

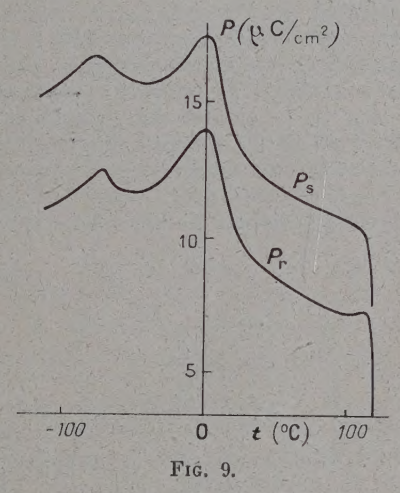


Fig. 9.

Au point de vue numérique, les valeurs obtenues pour le champ coercitif sont de l'orde de 3 500 volts par cm dans la région trigonale, 2 300 volts par cm dans la région orthorhombique et 2 000 volts par cm dans la région tétragonale assez loin du point de Curie. En ce qui concerne P_s, dans ces mêmes régions (pas trop près des points de transitions, mais dans la zone des paliers) on trouve respectivement des valeurs de l'ordre de 14, 16 et 12 microcoulombs par cm² (c'est donc pour la structure orthorhombique que P_s est le plus grand). Les résultats concernant P_m-P_s ne font que traduire les propriétés diélectriques à champ élevé qui seront envisagées plus loin. P_s-P_r est intéressant car cette différence traduit le degré de dépolarisation correspondant à la polarisation non induite liée à l'existence d'une polarisation spontanée ; P_s-P_r est de l'ordre de 3-3,5 microcoulombs par cm² pour le titanate tétragonal, tandis que pour le titanate trigonal on obtient des valeurs plus élevées, de l'ordre de 4-4,5 microcoulombs par cm².

Interprétation des résultats. — Nous ne reviendrons pas ici sur les propriétés générales des corps ferroélectriques ; celles-ci sont maintenant bien établies. Mais des résultats précis concernant

les domaines, les cycles d'hystérésis et la polarisation spontanée n'ont été jusqu'ici publiés que dans le cas des monocristaux. Ce sont ces résultats qui serviront de base à notre théorie des céramiques. Nous allons d'abord interpréter nos résultats relatifs à P_s. On peut aussi raisonner dans la théorie des corps ferroélectriques en tenant compte des résultats obtenus pour les cycles et les domaines ferromagnétiques, mais tandis qu'en ferromagnétisme on considère que l'aimantation spontanée d'une cellule unité peut prendre une direction arbitraire par rapport à des axes liés à la structure cristalline, nous admettrons, pour le titanate de baryum, que la polarisation spontanée d'une cellule unité ne peut prendre qu'un nombre fini de directions privilégiées, qui sont liées à la structure cristalline (la différence s'explique par le fait que pour le titanate de baryum un changement d'orientation de la polarisation spontanée d'une cellule unité est lié à des déplacements d'ions qui ne peuvent s'effectuer dans n'importe quelle direction) ; la polarisation peut, sous l'action d'un champ électrique, passer de l'une à l'autre de ces

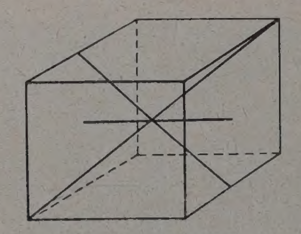


Fig. 10.

directions. Ces directions sont les suivantes : si l'on représente la cellule unité sous la forme d'un cube (*fig.* 10) où le baryum occupe les sommets et l'oxygène les centres des faces, les directions privilégiées pour la structure tétragonale sont celles qui joignent le centre du cube aux centres des faces (il y en a trois qui sont perpendiculaires entre elles), pour la structure orthorhombique ce sont celles qui joignent le centre du cube aux milieux des arêtes (il y en a six), pour la structure trigonale ce sont celles qui joignent le centre du cube aux sommets (il y en a quatre). Dans ces directions la polarisation peut être dirigée dans l'un ou l'autre sens ; on interprète aisément cette polarisation par un décalage dans ces directions, par rapport au centre du cube, du titane (les éléments qui interviennent dans la structure sont partiellement ionisés mais pas totalement, les liaisons ayant aussi un caractère de covalence), mais les déplacements des autres éléments interviennent aussi [9] par rapport à leur position dans la structure cubique ; ces déplacements expliquent précisément la légère déformation du réseau cubique obtenue au-dessous du point de Curie, donnant les trois structures ferroélectriques.

Dans le cas des monocristaux, en appliquant un champ électrique suffisant dans une direction perpendiculaire à deux des faces du cube (légèrement déformé), on peut en principe orienter la polarisation de chaque cellule unité dans la direction du champ si l'on est dans la zone où le cristal est tétragonal. Les dernières mesures, faites notamment par Merz, ont ainsi conduit à une polarisation spontanée de 26 microcoulombs par cm² à la température ambiante ; lorsque la température augmente à partir de la température ambiante, cette polarisation décroît très lentement ; elle tombe rapidement à zéro aux approches du point de Curie (avec peut-être une discontinuité, mais ce point n'est pas encore parfaitement éclairci) ; cela rappelle nos résultats, mais nous remarquons tout de suite que nos valeurs sont plus faibles. Dans la région où le titanate est orthorhombique, Merz trouve une valeur constante pour P_s, plus faible que la précédente à la température ambiante, dans un rapport de l'ordre de $\sqrt{2}$: cela s'explique parce que la polarisation de chaque cellule unité se fait, lorsque le champ est appliqué dans la même direction et le même sens que ci-dessus, à 45° du champ, ce qui correspond bien à une polarisation mesurée $\sqrt{2}$ fois plus faible qu'à la température ambiante, si l'on admet que la grandeur de la polarisation de la cellule unité reste la même. Dans la région où le titanate est trigonal, Merz a obtenu une polarisation constante, environ $\sqrt{3}$ fois plus faible qu'à la température ambiante ; cela s'explique comme ci-dessus et montre que la grandeur de la polarisation de la cellule unité est encore sensiblement la même. Mason a fait une étude théorique en accord avec ces conclusions, et nous pouvons prendre comme base de notre explication pour les céramiques une polarisation de la cellule unité sensiblement constante jusqu'à la température ambiante et qui diminue ensuite très lentement lorsqu'on se rapproche du point de Curie puis très rapidement au voisinage de ce point.

L'évolution que nous avons obtenue en fonction de la température pour P_s avec nos céramiques est très différente de celle que nous venons de décrire. Nous en obtenons l'explication en remarquant que les céramiques comprennent un très grand nombre de petits cristaux dont nous pouvons en gros supposer les axes cristallins orientés au hasard (il s'agit des axes du cube qui représente à très peu près dans tous les cas la cellule unité). Le champ électrique ne modifie rien aux orientations de ces cubes, mais nous considérons qu'un champ suffisamment élevé oriente la polarisation, dans chacun de ces cubes, dans la direction et le sens possibles les plus proches de ceux du champ : c'est dans ces conditions que nous avons déterminé la valeur de la polarisation spontanée, et la valeur mesurée fait intervenir les composantes suivant la direction

du champ des polarisations de toutes les cellules unité dont il suffit de déterminer la répartition en direction. Le calcul est développé en Appendice. Ses résultats sont les suivants : si P est la valeur de P_s obtenue par Merz à la température ambiante ($P = 26$ microcoulombs par cm^2), on doit obtenir pour les céramiques 0,79 P à la température ambiante (et la même loi de variation que pour le monocristal quand la température s'élève à partir de la température ambiante), 0,85 P pour le titanate orthorhombique et 0,79 P pour le titanate trigonal. On voit que cette théorie explique en gros les valeurs relatives correspondant aux paliers pour les trois structures.

Toutefois les valeurs que nous obtenons sont trop faibles. Il faut en conclure que pratiquement nous ne pouvions orienter dans la direction la plus favorable les polarisations de toutes les cellules unité ; même quand on a atteint la zone où le cycle se réduit sensiblement à une droite et où la polarisation induite se manifeste nettement, il y a encore des changements d'orientation de la polarisation spontanée de certaines cellules unité, et, lorsque le champ atteint sa valeur maxima, il subsiste des polarisations qui n'ont pas la direction la plus favorable par rapport au champ (le cycle ne nous renseigne d'ailleurs que sur la partie variable de la polarisation). Cela n'est pas particulier à nos échantillons : pour ses échantillons ayant servi à des mesures électromécaniques sur céramiques, Mason a été amené à conclure qu'une fraction seulement de la polarisation totale avait été obtenue (de l'ordre de 30 %). Même pour les monocristaux, Merz avait obtenu, avant la valeur citée ci-dessus, une valeur sensiblement plus faible, de l'ordre de 16 microcoulombs par cm^2 à la température ambiante. Cela s'explique par la moins bonne qualité de ses premiers monocristaux où par exemple subsistaient des tensions internes. Nous pensons en effet que ce sont les contraintes internes, qui, gênant plus ou moins les mouvements de domaines et les changements de direction de la polarisation, limitent la polarisation que l'on peut obtenir avec les champs pratiquement utilisables. Ces contraintes peuvent être plus ou moins importantes dans les céramiques (cela dépend par exemple des conditions de frittage), mais on peut difficilement les éliminer complètement alors que pour un bon monocristal il y a peu de contraintes internes. Nous reviendrons ci-dessous sur ce point, qui nous permet d'achever d'expliquer la forme de nos courbes de polarisation spontanée en fonction de la température, c'est-à-dire d'expliquer les maxima obtenus au voisinage des transitions : ces maxima résultent de ce que le titanate se trouve alors dans une région où sa structure évolue, de sorte qu'il y a une plus grande mobilité de la matière et par suite des modifications plus faciles des directions de polarisation spontanée.

Une autre influence explique que, de toutes façons, la polarisation observée dans les céramiques est inférieure aux valeurs de la théorie précédente, c'est l'influence de la porosité dont on doit tenir compte, en toute rigueur, pour toutes les mesures de cette publication. Cette influence a été étudiée par divers auteurs [10] dont nous pouvons utiliser les résultats en adoptant une porosité de 10 %, ordre de grandeur qui résulte des mesures de porosité indiquées dans la littérature [11]. La correction dépend de la forme des pores supposés répartis au hasard et dont nous supposerons la constante diélectrique égale à l'unité ; pour des pores sphériques nos résultats seraient à augmenter de 15 %. Cela nous rapproche des valeurs théoriques, d'autant que si les pores sont plus allongés ou plus plats la correction est plus importante.

Citons quelques autres explications possibles des valeurs inférieures à celles de la théorie et à celles de Merz. On pourrait admettre que la direction de polarisation de chaque cellule unité peut seulement s'inverser, mais, compte tenu de la répartition statistique, on n'obtiendrait que 0,5 P comme valeur de P_s. On ne peut davantage admettre que, lorsque la polarisation spontanée d'une cellule unité change, elle s'oriente nécessairement dans la direction adjacente la plus voisine. Une explication d'un autre ordre serait que la répartition des orientations des cristaux n'est pas statistique ou encore qu'indépendamment de l'effet du champ il y a une orientation préférentielle de la polarisation, transversale par rapport au champ (ce qui équivaut à des contraintes internes particulières asymétriques) ; cela serait un effet résultant de la compression au moment du matriçage des disques de titanate, créant une asymétrie qui ne serait pas totalement éliminée par le frittage ; à cet égard il est intéressant d'étudier le comportement d'un condensateur taillé dans une direction perpendiculaire à la direction habituelle, c'est-à-dire dont les faces sont parallèles à la direction de compression ; le comportement de ces condensateurs n'est pas sensiblement différent du comportement habituel. On peut encore faire intervenir des effets d'agitation thermique ou admettre que le champ à l'intérieur des grains est très différent du champ appliqué (effets de polarisation et d'anisotropie, champs dépolarisants). Pratiquement nous pensons qu'il suffit de s'en tenir à l'intervention d'un champ interne superposé au champ appliqué, ce champ interne rendant compte des influences secondaires et aussi de l'influence des tensions mécaniques (comme nous allons le préciser), les contraintes mécaniques apportant la contribution essentielle. Nous excluons ici les effets d'inertie, que l'on peut étudier en décrivant le cycle à diverses fréquences.

Théorie du cycle. — L'explication de la forme du cycle est plus complexe que la seule explication des résultats concernant P_s. Dans les explications qui suivent nous laisserons de côté la contribution due à la polarisation induite, qui est faible tant que l'on n'atteint pas la zone de quasi-saturation et qui est relativement simple, encore que la polarisation induite soit influencée par l'évolution de la polarisation spontanée. La polarisation observée en fonction du champ appliqué s'explique donc par des variations de la polarisation à l'intérieur d'un domaine d'orientation bien déterminée (cela revient à une étude de polarisation induite et les seules théories, d'ailleurs diverses, qui ont été faites correspondent à ce cas), par des changements de direction de la polarisation dans un domaine, par des variations relatives de volume des divers domaines résultant de déplacements de parois de domaines. On doit considérer en effet que des domaines existent dans les céramiques comme dans les monocristaux, bien que l'on ne puisse alors les voir au microscope.

Dans les corps ferromagnétiques, la théorie du cycle se fait aussi en faisant intervenir des déplacements de parois de domaines (murs de Bloch) réversibles ou irréversibles et des rotations de l'aimantation, mais il n'y a pas à faire intervenir d'aimantation induite ordinaire. L'équation du cycle peut alors être obtenue dans certains cas en raisonnant sur les variations d'énergie. Il y a [12] : l'énergie d'échange (expliquant l'existence de domaines), l'énergie magnétocristalline (en raison de l'anisotropie et des directions cristallines privilégiées, expliquant l'existence de divers domaines), l'énergie magnétoélastique (où l'on fait intervenir l'influence des contraintes liée à l'existence de la magnétostriction), l'énergie magnétostatique (ou interaction entre le champ appliqué et l'aimantation). On peut difficilement suivre ici la même méthode car on n'a pas encore assez de renseignements sur les énergies mises en jeu dans les divers phénomènes qui n'ont pas encore été bien analysés expérimentalement, mais nous pouvons donner une théorie approximative valable pour un grand nombre de petits cristaux indépendants orientés au hasard en admettant une polarisation uniforme dans chacun d'eux et le même état de contrainte dans toute l'étendue de chaque petit cristal. On ne fait pas alors intervenir de déplacements de parois de domaines et cela est justifié dans la mesure où nous savons que les domaines ferroélectriques sont normalement plus étendus que les domaines ferromagnétiques ; toutefois nous tiendrons compte des déplacements de parois dans la mesure où on peut en rendre compte par l'existence d'un champ interne.

Un des faits essentiels à faire intervenir dans l'explication du cycle est l'existence d'un champ coercitif. Nous avons vu qu'il augmentait quand la température diminuait, le matériau pouvant être considéré comme de plus en plus figé ; le minimum observé au voisinage des deux transitions distinctes du point de Curie s'explique alors par une mobilité un peu plus grande lors du changement de structure, ce qui diminue l'hystérésis. Pour les monocristaux de titanate, le cycle est relativement « carré » toutes les polarisations élémentaires se retournant en même temps ; ce résultat montre nettement que pour provoquer le retournement de la polarisation, il faut appliquer, en sens inverse de la polarisation initiale, un certain champ, bien déterminé à chaque température. Mason a fait la théorie du renversement en montrant d'ailleurs que ce champ est celui qui permet à la polarisation de passer à 90° de son orientation initiale (le calcul était fait dans le cas du titanate tétragonal) ; si la polarisation tourne de 180° dans le cas du monocristal, c'est qu'une rotation de 180° conduit à une orientation de la polarisation plus favorable par rapport au champ. Nous admettrons donc que pour que la polarisation puisse changer de direction ou de sens il faut qu'il y ait un certain champ bien déterminé en sens inverse ; si le champ n'est pas dirigé comme la polarisation, c'est la composante dans la direction de la polarisation qui doit atteindre une certaine valeur ; la polarisation s'oriente alors dans la direction possible la plus favorable par rapport au champ (si l'on raisonne sur le modèle qui consiste à admettre que les changements de la polarisation sont dus à des changements de position de l'ion titane, cela revient pratiquement à admettre que pour changer de position l'ion titane doit d'abord revenir au centre du cube que constitue la cellule unité ; cette hypothèse est normale puisque nous avons considéré que l'ion titane n'est pas libre de se déplacer dans toutes les directions : c'est vers le centre qu'il peut se déplacer le plus facilement pour produire un changement de la polarisation spontanée). Telle est l'hypothèse fondamentale, en ne faisant pas intervenir de déplacements de parois.

Cette hypothèse permet le calcul du cycle en admettant que pour que la polarisation change dans une cellule unité il faut que la composante du champ suivant la direction de la polarisation soit dirigée en sens inverse de la polarisation et au moins égale à E_0. Cela ne signifie pas que le champ dans la cellule unité est égal au champ appliqué ; le champ E_0 tient compte lorsqu'on le calcule (par exemple en adoptant le modèle de Mason) de ce que le champ appliqué est modifié par les polarisations qui en résultent (il serait plus difficile de tenir compte d'autres modifications du champ appliqué résultant par exemple des processus possibles cités plus haut). En adoptant la répartition statistique des orientations cristallines déjà utilisée ci-dessus, on peut ainsi déterminer l'équation de la courbe de première polarisation et du cycle d'hys-

térésis. Ce calcul est développé en Appendice pour les diverses structures du titanate. E_0 dépend de la température. Le cycle ainsi déterminé est anguleux. Si l'on ne veut pas faire intervenir la variabilité de E_0 d'une cellule unité à l'autre on doit tenir compte d'autres facteurs. D'après les résultats de Merz obtenus sur de bons monocristaux, E_0 serait de l'ordre de 500 V/cm à la température ambiante.

Ces autres facteurs (outre la polarisation induite) correspondent à l'intervention d'un champ interne. Cette intervention est rendue nécessaire par le fait que P_s—P_r n'est pas nul, ce que la théorie précédente ne permet pas d'expliquer. Il résulte de l'électrostriction que les contraintes mécaniques sont équivalentes à un champ interne car il y a corrélation entre les propriétés mécaniques et diélectriques, l'électrostriction importante du titanate est d'ailleurs une des causes essentielles de l'existence d'un champ interne élevé ; ce champ interne est indépendant du champ appliqué. L'existence de contraintes se manifeste lorsqu'on observe les domaines même pour un monocristal au microscope par la difficulté que l'on remarque dans l'orientation de certains domaines et la façon dont progressent les domaines [13]. Ainsi on obtient la possibilité d'une certaine réversibilité dans les changements de la polarisation, et la partie du cycle correspondant aux champs décroissants vers zéro n'est pas entièrement due à la diminution de la polarisation induite, surtout lorsqu'on s'approche de zéro. Les déplacements de parois de domaines introduisent aussi une plus ou moins grande réversibilité (cela dépend de leur nombre qui peut devenir réduit pour de petits cristaux indépendants ; nous entendons par paroi la séparation entre deux domaines d'un même cristal). Le mécanisme des déplacements de parois est complexe car il fait intervenir les irrégularités de structure. En considérant que ce sont des champs internes qui expliquent que les parois ont une position bien déterminée en l'absence de champ appliqué, nous faisons entrer les variations de polarisation dues aux déplacements de parois dans celles qui résultent de champs internes, mais il est clair que cette notion est encore à préciser. Des calculs sont possibles en admettant une certaine répartition en grandeur et en direction de ces champs internes aux diverses températures. La forme du cycle qui en résulte est envisagée en Appendice, et il est certain que l'ensemble de nos hypothèses peut rendre compte des formes données par l'expérience.

Constante diélectrique et pertes

Dispositif de mesure. — Les mesures ont été faites à 50 périodes par seconde uniquement, à l'aide d'un pont de mesures, la céramique étant soumise à une tension alternative de l'ordre d'une dizaine de volts par cm, insuffisante pour produire un échauffement appréciable. La seule particularité du montage est que celui-ci permet la mesure en présence d'un champ continu polarisant la céramique et réglable, ce qui permet de faire les mesures autour de chaque point du cycle d'hystérésis ; la

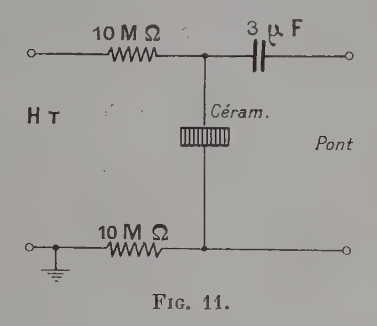


Fig. 11.

figure 11 indique le mode d'application de la tension continue. La mesure est donc faite dans des conditions adiabatiques ; elle est faite sur une céramique « libre », bien au-dessous des fréquences de résonance et de relaxation diélectrique.

Avant de décrire les résultats, il convient de bien préciser ce que l'on mesure, en liaison avec l'existence du cycle d'hystérésis. Lors de la mesure on fait varier légèrement la tension en travaillant autour d'un point du cycle ; mais on ne décrit pas une partie du cycle que l'on obtiendrait en augmentant la tension depuis une valeur beaucoup plus basse jusqu'à une valeur plus élevée. On décrit un microcycle sensiblement elliptique beaucoup moins incliné en général sur l'axe des abscisses que le cycle dont nous venons de parler. Cela se voit sur la figure 12 qui représente l'aspect obtenu à l'oscillographe lorsqu'on utilise le montage de tracé du cycle d'hystérésis en appliquant une forte tension alternative à laquelle est superposée une faible tension alternative de fréquence nettement plus grande, de façon à décrire une série de microcycles au voisinage de diverses valeurs d'un champ polarisant variant beaucoup moins vite ; mais ce dispositif ne permet pas des mesures précises. La pente du microcycle est du même ordre de grandeur que la pente du cycle lorsqu'on pénètre dans la zone de quasi-saturation. Plus précisément elle donne une idée de la pente que l'on obtiendrait pour le cycle, si, à partir de la valeur du champ continu de polarisation utilisé, on diminuait légèrement ce champ. Dans les mesures faites en fonction du champ continu de polarisation il convient de faire varier celui-ci de façon cohérente comme pour décrire un cycle ordinaire.

Ce qui précède permet de préciser l'interprétation à donner à ces mesures diélectriques. On décrit sensiblement, alternativement dans les deux sens, une petite partie d'un cycle que l'on décrirait en changeant le sens de variation du champ aux divers points d'nn cycle plus étendu, cette petite

partie se trouvant à l'intérieur du cycle plus étendu. Il en résulte que ce microcycle (très plat d'ailleurs) fait intervenir notamment les variations de la polarisation induite dans la mesure où l'existence de l'hystérésis limite beaucoup dans ces conditions l'évolution de la polarisation spontanée dans les diverses cellules unité ; on voit ainsi comment la polarisation induite dépend des orientations des polarisations spontanées. Toutefois il se produit aussi une évolution des polarisations spontanées par certains des processus que nous avons décrits (par exemple déplacements de parois de domaines), surtout lorsqu'on est loin de la zone de quasi-saturation, de sorte que la constante diélectrique est plus grande que ce que donnerait la seule polarisation induite. De même les pertes ne correspondent pas à ce que donnerait la seule polarisation induite ; elles doivent même provenir essentiellement en général de l'hystérésis qui accompagne les évolutions des polarisations spontanées.

Ainsi nous aurons à faire intervenir une double origine dans l'interprétation des mesures diélectriques. Des mesures diélectriques sur des céramiques ont déjà été faites par divers auteurs mais sans faire intervenir dans les explications cette double origine. On a surtout raisonné comme si les mesures étaient faites sur des monocristaux où l'on peut séparer les influences et se placer dans des conditions où seule varie la polarisation induite ; en fait le problème n'est plus le même. Ce que nous savons déjà des résultats obtenus sur les monocristaux nous permettra de mieux séparer les deux influences ; les analogies sont d'ailleurs souvent très nettes, ce qui montre que la polarisation induite intervient beaucoup dans nos mesures. Nous ne reviendrons pas en détail sur la théorie expliquant les variations liées à l'évolution de la polarisation induite ; cette question a déjà été envisagée par divers auteurs, avec d'ailleurs des interprétations plus ou moins divergentes. En raison de l'inertie des domaines, des mesures à haute fréquence permettraient aussi de distinguer les diverses influences.

Nous allons envisager successivement les résultats obtenus pour la constante diélectrique et les pertes. Dans chaque cas nous ferons intervenir l'influence du champ continu superposé et celle de la température, le champ alternatif étant toujours faible. Jonker et van Santen [14] ont fait intervenir des champs alternatifs d'amplitude variable sans champ continu superposé, ce qui revient à décrire des cycles d'amplitude variable.

Variation de la constante diélectrique en fonction du champ. — Ces mesures ont été faites en faisant varier le champ continu à une température constante, la température ambiante. La figure 13 représente les résultats obtenus. On y voit naturellement l'existence de l'hystérésis. Quand le champ électrique croît à partir du champ coercitif, ε commence par croître légèrement puis décroît asymptotiquement vers une valeur plus faible. Le maximum est plus accusé lorsque le champ décroît à partir d'une valeur élevée.

Il est normal que la constante diélectrique correspondant à la polarisation induite diminue lorsque le champ devient élevé : en effet les axes c des des diverses cellules unités (ou axes suivant lesquels est dirigée la polarisation spontanée) s'orientent de plus en plus dans la direction du champ ; or les expériences sur monocristaux ont montré que la constante diélectrique induite était plus grande le long des axes a que le long de l'axe c. Si l'on fait aussi intervenir les modifications des domaines sous l'action du champ alternatif, celles-ci sont de moins en moins importantes lorsque le champ devient plus élevé de sorte que pour cette raison aussi on doit s'attendre à une diminution de la

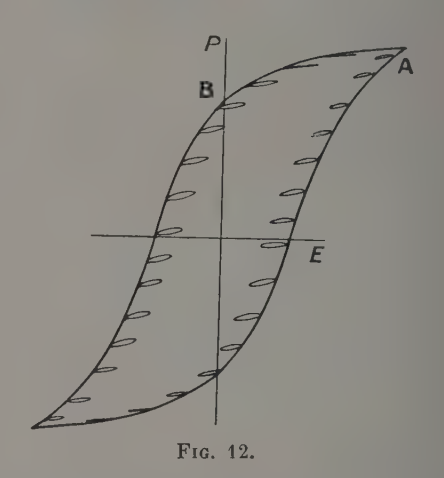


Fig. 12.

constante diélectrique mesurée. Et il y a bien des modifications de domaines quand on décrit AB (*fig.* 12), sinon on ne pourrait faire intervenir le fait que les axes c sont alors orientés de moins en moins dans la direction du champ et l'on ne s'expliquerait pas les variations de ε et de la polarisation induite (à moins d'admettre qu'elle n'est pas linéaire, ce qui paraît à rejeter). Donc en définitive ce sont les mouvements de domaines qui expliquent nécessairement la variation de ε. Et il est nécessaire de faire intervenir le champ interne pour expliquer précisément la nette variation de ε quand on décrit AB ; sans son intervention, en outre, les axes c ne changeraient pas lorsqu'on décrirait le cycle (les directions des polarisations des diverses cellules unité changeant de sens mais non de direction) et la polarisation induite donnerait une constante diélectrique unique. Dans la mesure où ε correspond à la polarisation induite, on obtient ainsi une évaluation des effets des champs internes, et les variations de ε ne sont pas liées directement

aux variations de la polarisation totale qui existe aux points de fonctionnement. De même la contribution à ε due aux mouvements de domaines obtenus sous l'action du champ alternatif ne correspond pas au gradient de la polarisation totale autour du point de fonctionnement; c'est ainsi qu'autour du

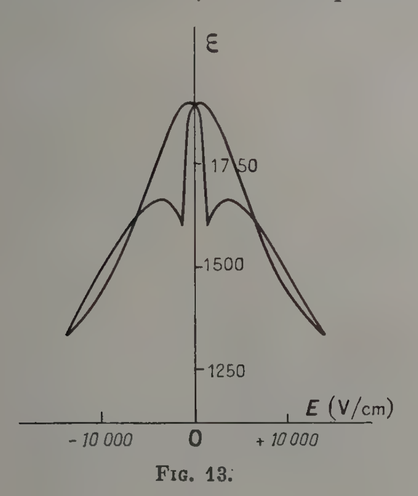
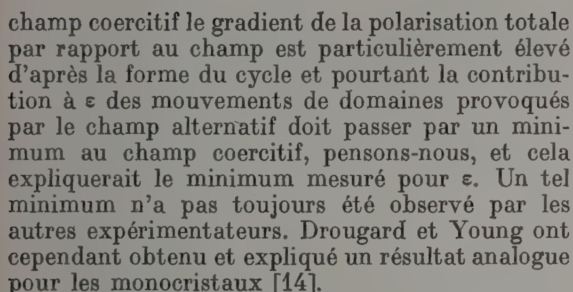


Fig. 13.



champ coercitif le gradient de la polarisation totale par rapport au champ est particulièrement élevé d'après la forme du cycle et pourtant la contribution à ε des mouvements de domaines provoqués par le champ alternatif doit passer par un minimum au champ coercitif, pensons-nous, et cela expliquerait le minimum mesuré pour ε. Un tel minimum n'a pas toujours été observé par les autres expérimentateurs. Drougard et Young ont cependant obtenu et expliqué un résultat analogue pour les monocristaux [14].

La valeur de ε correspondant à la polarisation induite le long de l'axe c, résultant de mesures faites sur les monocristaux, est de l'ordre de 150 à la température ambiante. Pour les champs élevés, lorsque nous mesurons essentiellement la constante diélectrique induite, nous trouvons encore des valeurs plus grandes parce que les axes c ne sont pas dirigés rigoureusement suivant la direction du champ mais répartis autour de cette direction comme on l'a vu plus haut.

Variation de la constante diélectrique en fonction de la température. — Nous avons étudié cette variation d'une part en l'absence de polarisation continue, d'autre part sous champ continu élevé. Pour faire l'étude en l'absence de polarisation continue l'échantillon a été porté au-dessus du point de Curie, puis refroidi sans application d'un champ continu, ce qui conduit à une céramique vierge dans laquelle les axes c sont distribués au hasard ; la constante diélectrique a été mesurée en appliquant un faible champ alternatif sans champ continu. Dans les expériences faites sous champ continu celui-ci était constant et voisin de 7 000 volts par cm. Il convient de remarquer qu'une céramique vierge n'est pas dans le même état qu'une céramique au champ coercitif.

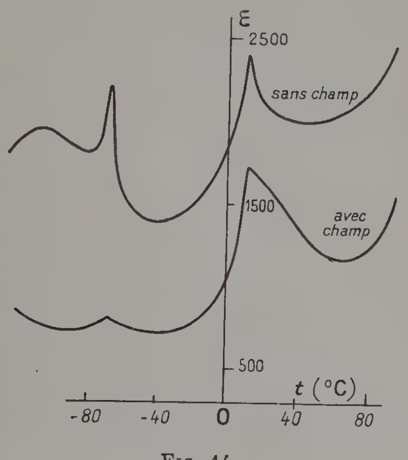


Fig. 14.

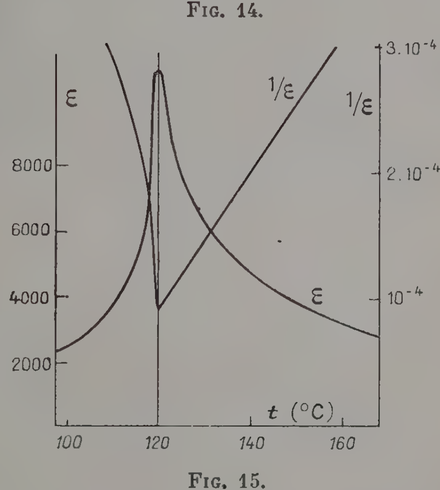


Fig. 15.

Les résultats obtenus sont représentés sur la figure 14 dans les deux cas, pour les températures inférieures à 100° C. Sur la figure 15 on a représenté les variations obtenues au voisinage du point de Curie sans polarisation ; sur cette figure on a aussi représenté les variations de $1/\varepsilon$ en fonction de T vers le point de Curie. Au voisinage du point de Curie, comme à plus basse température, ε est plus faible dans le cas des mesures sous champ continu. Les trois transitions se manifestent nettement sur les courbes ; elles correspondent à des maxima de la constante diélectrique ; ces maxima sont très pointus dans le cas de la céramique vierge, beaucoup moins pour la céramique sous champ continu. Les valeurs de ε sont particulièrement élevées au point de Curie. Aux très basses températures et sans polarisation, ε peut croître ou décroître quand la

température augmente, suivant les échantillons ; au zéro absolu ε serait égal à 90. Un maximum de ε aux transitions a aussi été observé pour d'autres corps ferroélectriques comme le sel de Rochelle.

L'allure des variations de ε avec la température, et notamment au voisinage du point de Curie, a déjà été analysée par divers auteurs et des études théoriques, surtout valables en toute rigueur pour les monocristaux, ont été présentées. Devonshire a en particulier expliqué ce qui se passe au point de Curie en indiquant comment varie le puits de potentiel dans lequel se place l'ion titane dans la représentation simplifiée des propriétés diélectriques. On comprend alors comment ε peut rester très élevé au delà du point de Curie car la forme du puits de potentiel est telle que l'ion titane peut encore se déplacer largement sous l'action d'un champ modéré, et l'on explique aussi le maximum de ε au point de Curie, avec possibilité d'une transformation du premier ou du second ordre suivant la façon dont évolue la répartition du potentiel. La variation de 1/ε en fonction de la température au voisinage du point de Curie est intéressante pour préciser ce qui se passe à la transition : lorsqu'on s'en rapproche par températures croissantes 1/ε diminue d'abord progressivement, puis de façon quasi discontinue au point de Curie lui-même ; ensuite 1/ε varie de façon sensiblement linéaire en fonction de la température et l'on peut alors écrire (loi de Curie-Weiss) :

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \frac{C}{T - T_0},$$

mais T_0 est inférieur à la température du point de Curie. Ce résultat, déjà obtenu par d'autres expérimentateurs, semble indiquer, au même titre que la diminution quasi discontinue de 1/ε lorsqu'on arrive au point de Curie, que la transition est du premier ordre ; les mesures thermiques qui ont été effectuées ne permettent toutefois pas encore de conclure de façon absolue en ce qui concerne la nature exacte de la transition. Cette loi linéaire pour 1/ε en fonction de la température au-dessus du point de Curie rappelle la loi sur la susceptibilité des corps paramagnétiques (ε_0 est d'ailleurs relativement faible, puisque sa valeur est de 90). Ajoutons que le point de Curie n'est pas rigoureusement le même suivant que l'on fait croître ou décroître la température ; cela a déjà été observé par plusieurs auteurs [15]. Enfin, si l'on étudie 1/ε en fonction de la température au voisinage des autres transitions, on obtient quelque chose d'analogue.

Nous allons faire quelques remarques supplémentaires concernant l'intervention des orientations très diverses des cristaux et des domaines dans le cas des céramiques. D'abord il est normal, d'après ce que nous avons dit plus haut, que ε soit plus faible sous champ que lorsque les axes c sont répartis au hasard. En ce qui concerne les maxima obtenus aux transitions on peut faire intervenir la mobilité plus grande de la matière et des domaines à laquelle nous avons déjà fait appel plus haut (ou encore l'évolution de la répartition du potentiel comme ci-dessus) ; il est normal que ces maxima soient plus accusés pour une céramique qui n'est pas sous champ car cette mobilité plus grande vers les transitions intervient tout particulièrement en ce qui concerne la contribution à la constante diélectrique due aux mouvements de domaines, contribution qui est plus importante sans champ continu. En particulier au point de Curie cette contribution semble importante ; il est toutefois curieux qu'au delà du point de Curie on observe encore sous champ une valeur plus faible de ε ; cela traduit une non-linéarité dans la polarisation induite (il n'y a plus d'hystérésis, mais le cycle n'est pas encore rectiligne) et cela se conçoit aisément en faisant intervenir les puits de potentiel dont nous avons déjà parlé, qui conduisent à une forte polarisation pour des champs modérés, celle-ci augmentant ensuite moins vite pour les champs forts ; mais si l'on continue à augmenter la température au delà du point de Curie, les cycles ne tardent pas à devenir rectilignes. Donc, immédiatement au-dessus du point de Curie, bien qu'il n'y ait plus de polarisation spontanée, il subsiste quelque chose d'analogue en ce qui concerne l'ampleur des déplacements possibles des ions titane et les polarisations obtenues dans chaque cellule unité, ces polarisations étant toutefois entièrement induites (au point de Curie on a le cas limite et en toute rigueur la distinction entre les polarisations spontanée et induite y perd toute signification). Ajoutons que les températures des points de transition et notamment du point de Curie n'ont pas été sensiblement décalées dans nos essais avec et sans champ continu.

Variation des pertes en fonction du champ.

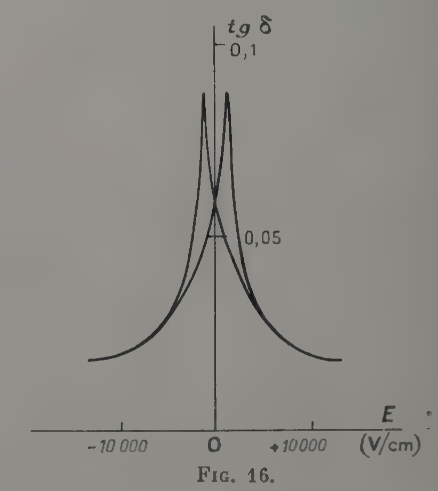


Fig. 16.

— Les mesures ont été faites à la température ambiante en même temps que celles de ε rapportées plus haut. Les pertes sont représentées sur la figure 16 par l'intermédiaire de la valeur de tg δ mesurée à la fréquence 50. La courbe traduit bien encore l'existence de l'hystérésis ; les pertes sont maxima au champ coercitif et diminuent à mesure que l'on s'éloigne du champ coercitif. Les pertes sont loin d'être négligeables ; nous pensons que l'hystérésis en est, en grande partie, responsable, ce qui explique qu'elles diminuent lorsque le champ s'élève et que l'on pénètre dans la région où le cycle est sensiblement réversible et assimilable à une droite et où ε est essentiellement dû à la polarisation induite qui ne s'accompagne pas de pertes appréciables.

Variation des pertes en fonction de la température. — Ici, comme pour la constante diélectrique, les mesures ont été faites d'une part sur une céramique vierge sans champ continu et d'autre part sous un champ continu maintenu constant et de l'ordre de 7 000 volts par cm. Les résultats pour les deux cas sont représentés sur la

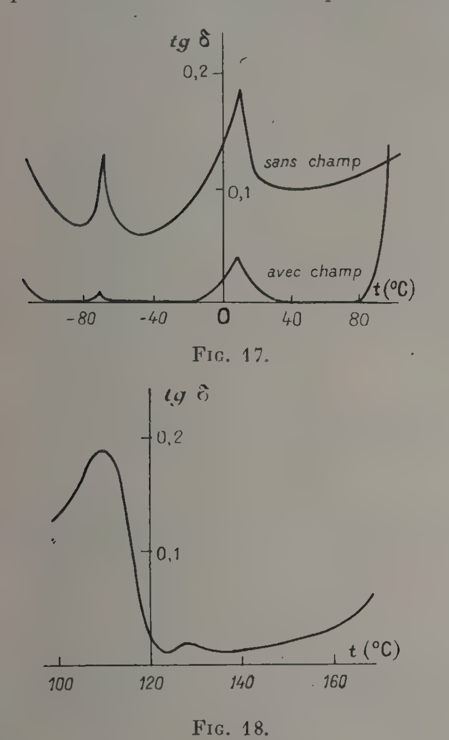


Fig. 17.

Fig. 18.

figure 17 au-dessous de 100° C ; sur la figure 18 on a représenté les pertes pour la céramique vierge autour du point de Curie. Des résultats de ce genre ont déjà été donnés par divers auteurs mais nos mesures, relativement précises, mettent en évidence des faits importants.

On remarque d'abord que les pertes sous champ sont en général très inférieure aux pertes observées pour la céramique vierge ; il y a exception entre 95° C environ et le point de Curie où les pertes sous champ deviennent brusquement très élevées (et même un peu au delà du point de Curie). D'autre part les pertes passent par un maximum aigu pour des températures très voisines des points de transition. En ce qui concerne toutefois la transition qui se produit au point de Curie, on trouve que le maximum des pertes est obtenu pour une température sensiblement inférieure à la température pour laquelle ε est maximum. Au delà de ce maximum des pertes, celles-ci diminuent rapidement et sont très faibles immédiatement après le point de Curie, puis elles augmentent progressivement ; aux très basses températures les pertes tendent également à augmenter.

En ce qui concerne l'explication des importants faits observés, il est clair d'abord d'après ce qui précède que les pertes sous champ doivent normalement être inférieures aux pertes sans champ ; si le résultat inverse est obtenu aux approches du point de Curie c'est que l'on se trouve alors dans les conditions où les effets des champs internes (ou de dépolarisation) deviennent importants même aux champs élevés (on sait que la polarisation rémanente diminue, ainsi que le champ coercitif), de sorte que le microcycle produit par le champ alternatif peut encore être assez large sous de forts champs continus, et si tg δ est plus grand il ne faut pas en conclure nécessairement que les pertes proprement dites sont plus grandes car la constante diélectrique est plus faible et tg δ traduit le rapport entre les pertes et la constante diélectrique. Le fait que les pertes sous champ élevé restent importantes même au delà du point de Curie correspond à l'existence de la non linéarité de la polarisation induite signalée plus haut.

Si nous lions toujours les pertes à l'hystérésis nous pouvons nous expliquer aisément aussi les autres résultats. Le fait que les pertes passent par un maximum vers les points de transition provient de ce que les transformations de structure qui se produisent alors provoquent des frottements internes contribuant à augmenter les pertes (on se souvient qu'en ce qui concerne le champ coercitif pour le cycle on avait aussi un maximum voisinant avec un minimum d'ailleurs peu accusés, aux transitions). En ce qui concerne la transition correspondant au point de Curie on a vu toutefois que le maximum se situait à une température sensiblement plus basse que le point de Curie lui-même : cela s'explique aisément puisqu'au point de Curie l'hystérésis disparaît les pertes doivent diminuer très rapidement, d'où le maximum très net suivi d'un minimum très faible lorsqu'on atteint et qu'on dépasse légèrement le point de Curie ; pour expliquer ce maximum des pertes il reste à expliquer que

celles-ci augmentent lorsque la température s'élève à partir de la température ambiante : or cela résulte des effets importants des champs internes signalés ci-dessus et se traduisant par une polarisation rémanente et un champ coercitif de plus en plus faibles quand la température augmente, qui font que la contribution à la constante diélectrique mesurée provenant des mouvements de domaines s'amplifie et amène en même temps les pertes plus grandes qui caractérisent ces mouvements de domaines. Ainsi l'hystérésis accrue aux très basses températures (augmentation du champ coercitif) explique aussi l'importance des pertes que l'on obtient alors. Les pertes habituelles des diélectriques apportent la contribution essentielle aux pertes mesurées, uniquement au-dessus du point de Curie ; d'abord faibles, elles augmentent avec la température, ce qui est une loi de variation normale.

Conclusion. — Les mesures faites ci-dessus ne sont pas particulièrement nouvelles, mais l'analyse que nous en avons faite apporte des éléments essentiels pour la compréhension des processus qui interviennent dans le comportement diélectrique du titanate de baryum. Du même coup nous pouvons éclaircir et compléter l'analyse que nous avons faite des propriétés électromécaniques des céramiques au titanate de baryum, grâce aux résultats des mesures diélectriques : l'application d'une faible tension alternative superposée à un champ continu produit des modifications de la céramique se traduisant de façon corrélative dans les vibrations et les variations de polarisation observées.

Appendice.

Calcul de P_s. — Soit θ (*fig.* 19) l'angle de la direction la plus voisine de celle du champ appliqué, parmi les directions possibles de la polarisation spontanée pour une cellule unité. Si l'on admet une distribution statistique de ces directions privilégiées, en supposant le champ appliqué suffisamment grand pour que les polarisations spontanées de toutes les cellules unité aient pris la direction la plus favorable par rapport au champ, la probabilité pour que l'angle θ soit compris entre θ et $\theta + d\theta$ vaut :

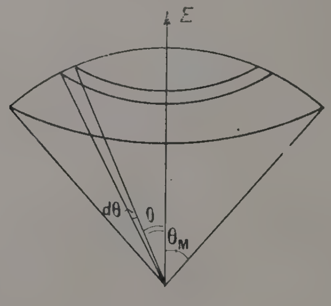


Fig. 19.

$$\frac{2\pi \sin\theta\, d\theta}{\int_0^{\theta_M} 2\pi \sin\theta\, d\theta} = \frac{\sin\theta\, d\theta}{1 - \cos\theta_M},$$

θ_M étant la valeur maxima possible de l'angle θ. Dans ces conditions la valeur moyenne de $\cos\theta$ est :

$$\overline{\cos\theta} = \frac{\int_0^{\theta_M} \sin\theta \cos\theta\, d\theta}{1 - \cos\theta_M} = \frac{1 + \cos\theta_M}{2},$$

de sorte que si P est la valeur obtenue pour la polarisation spontanée en supposant les polarisations spontanées de toutes les cellules unité parallèles entre elles et au champ, la polarisation totale observée est

$$P_s = P\frac{1 + \cos\theta_M}{2}.$$

La détermination de Ps revient donc au calcul de θ_M. Dans le cas du titanate de baryum tétragonal, les trois directions privilégiées sont orthogonales, et θ_M est l'angle que fait avec l'une quelconque de ces directions la direction commune aux plans bissecteurs des dièdres droits qu'elles forment. On trouve ainsi :

$$\cos\theta_M = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Dans le cas du titanate de baryum orthorhombique on trouve de même

$$\cos\theta_M = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

et pour le titanate trigonal

$$\cos\theta_M = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

comme pour le titanate tétragonal. On a donc : pour la structure orthorhombique

$$P_s = P\frac{2 + \sqrt{2}}{4}$$

et pour les structures tétragonale et trigonale

$$P_s = P\frac{3 + \sqrt{3}}{6}.$$

Équation du cycle dans l'hypothèse du champ E_0. — Supposons qu'on ait orienté toutes les polarisations élémentaires dans le sens le plus favorable par un champ très élevé dans une direction. A partir de ce moment avec l'hypothèse du champ E_0 les polarisations des diverses cellules unité pourront seulement s'inverser, en appliquant des champs toujours dans la même direction, le sens pouvant varier, et un plus ou moins grand nombre d'inversions se produira suivant l'ampli-

tude des valeurs prises par le champ E. Si nous appliquons un champ E en sens inverse du champ qui a permis d'orienter toutes les polarisations élémentaires dans le sens le plus favorable, les polarisations faisant avec la direction du champ un angle inférieur ou égal à θ tel que

$$E \cos \theta = E_0 \quad \text{ou} \quad \cos \theta = \frac{E_0}{E}$$

ont changé de sens (E doit être supérieur à E_0 pour que les changements de sens commencent). Un accroissement dE de ce champ retourne les polarisations définies par dθ tel que

$$-\sin \theta \, \mathrm{d}\theta = -\frac{E_0}{E^2} \mathrm{d}E.$$

La variation correspondante de la polarisation est :

$$2P \cos \theta \frac{\sin \theta \, \mathrm{d}\theta}{1 - \cos \theta_M} = \frac{2P}{1 - \cos \theta_M} \frac{E_0^2}{E^3} \mathrm{d}E.$$

Finalement on trouve que la variation de polarisation lorsque E varie de E_0 jusqu'à une certaine valeur E vaut :

$$\Delta P_E = \frac{P}{1 - \cos \theta_M} \int_{E_0}^{E} \frac{2E_0^2}{E^3} \mathrm{d}E = \frac{P}{1 - \cos \theta_M} \left[1 - \left(\frac{E_0}{E}\right)^2\right].$$

Lorsque E a atteint la valeur E_M telle que

$$E_M \cos \theta_M = E_0$$

la variation est achevée, toutes les polarisations élémentaires ont changé de sens et un accroissement du champ laisse la polarisation constante, et l'on obtient, bien entendu, une amplitude totale de variation égale au double de P_s.

Dans le cas du titanate tétragonal ou trigonal, on a

$$E_M = E_0 \sqrt{3},$$

tandis que pour le titanate orthorhombique on a

$$E_M = E_0 \sqrt{2}.$$

Le champ coercitif est celui pour lequel la moitié de la variation totale est obtenue. On trouve pour le titanate tétragonal ou trigonal

$$E_c = E_0 \sqrt{\frac{3}{2}}$$

tandis que pour le titanate orthorhombique, on a

$$E_c = E_0 \frac{2}{\sqrt{3}}.$$

La forme du cycle obtenue est indiquée sur la figure 20. L'allure obtenue rappelle bien l'allure expérimentale mais le cycle théorique est évidemment plus anguleux. On calculerait aisément par les mêmes méthodes le cycle obtenu avec un faible amplitude de variation de E ne permettant pas les modifications d'orientation de toutes les polarisations élémentaires.

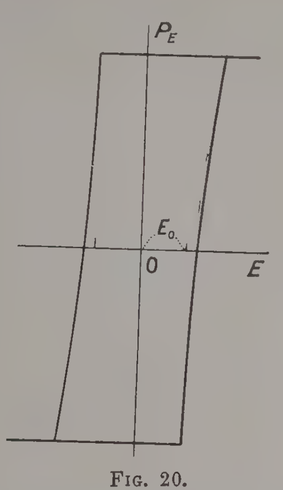


Fig. 20.

En ce qui concerne la courbe de première polarisation telle qu'on peut l'obtenir en partant d'une céramique où toutes les polarisations élémentaires sont distribuées au hasard, le calcul est un peu plus compliqué. Une polarisation résultante commence à se manifester lorsque E atteint la valeur E_0 et les premières polarisations qui se modifient subissent un retournement. Pour un accroissement dE du champ à partir d'une valeur E on peut écrire, en raisonnant comme ci-dessus,

$$\mathrm{d}P_E = P \frac{E_0^2}{E^3} \mathrm{d}E$$

et l'équation de la courbe s'écrit

$$P_E = \frac{P}{2} \left[1 - \left(\frac{E_0}{E}\right)^2\right].$$

Cette équation cesse d'être valable quand une direction différente de la direction initiale est plus favorable. Cela commence, par exemple, pour $E = E_0 \sqrt{2}$ dans le cas de la structure tétragonale. La forme de la courbe de première polarisation dans le cas du titanate tétragonal est indiquée sur la figure 21. Nous allons indiquer aussi l'équation dans ce cas de la dernière partie de la courbe à partir de $E = E_0 \sqrt{3}$. Cette valeur est celle à partir de laquelle la nouvelle orientation des polarisations élémentaires qui se modifient alors est toujours à 90° de la polarisation initiale. L'angle de la polarisation avec le champ passe alors de la valeur θ à une valeur θ' telle que

$$\cos \theta' = \sin \theta \cos \alpha.$$

La valeur de α est variable d'une cellule unité à l'autre et en raison de la distribution statistique on peut faire intervenir une valeur moyenne de $\cos \alpha$ compte tenu de ce que α peut prendre éga-

lement toute valeur comprise entre 0 et 45°. On a :

$$\overline{\cos \alpha} = \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/4} \cos \alpha \, d\alpha = \frac{2\sqrt{2}}{\pi}.$$

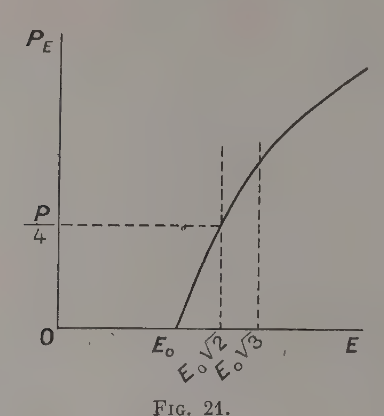


FIG. 21.

Dans ces conditions un accroissement dE du champ E produit une variation de la polarisation observée donnée par :

$$dP_E = \frac{P}{2} \frac{E_0^2}{E^3} dE + \frac{P\sqrt{2}}{\pi} \sqrt{1 - \frac{E_0^2}{E^2}} \frac{E_0}{E^2} dE.$$

L'intégration est facile et donne lorsque le champ varie de la valeur E à la valeur E' :

$$\Delta P_E = \frac{P}{4} \left[\left(\frac{E_0}{E}\right)^2 - \left(\frac{E_0}{E'}\right)^2 \right] + \frac{P\sqrt{2}}{\pi} \left[\frac{E_0}{2E} \sqrt{1 - \left(\frac{E_0}{E}\right)^2} - \frac{E_0}{2E'} \sqrt{1 - \left(\frac{E_0}{E'}\right)^2} + \frac{1}{2} \arcsin \frac{E_0}{E} - \frac{1}{2} \arcsin \frac{E_0}{E'} \right].$$

INTERVENTION DES CHAMPS INTERNES. — On pourrait obtenir par la théorie précédente des cycles plus voisins des cycles expérimentaux en supposant une distribution des champs E_0, qui seraient variables d'un point à l'autre, mais cette hypothèse n'est pas satisfaisante. Nous allons indiquer qualitativement l'allure des cycles obtenus en faisant notre hypothèse des champs internes. Pour préciser cette influence des champs internes nous négligerons l'hystérésis, c'est-à-dire que nous supposons E_0 nul. Supposons l'existence à chaque température d'un champ interne de valeur bien déterminées E_i et distribué au hasard en direction à travers la céramique. Lorsqu'on applique un champ E, le champ résultant est en fait celui qui agit sur les polarisations spontanées élémentaires.

Supposons que l'on ait orienté toutes les polarisations dans la direction la plus favorable par rapport au champ appliqué E en faisant intervenir un champ E élevé. Lorsque celui-ci diminue ensuite à partir de cette valeur élevée l'existence du champ interne fait que certaines polarisations élémentaires, de plus en plus nombreuses au fur et à mesure que E diminue, changent de direction. Lorsque E devient inférieur à E_i, la décroissance de P_s s'accentue et certaines polarisations élémentaires commencent à prendre un sens tel que leur projection sur la direction du champ appliqué soit en sens inverse du champ. Lorsque le champ est devenu nul on ne mesure plus de polarisation résultante et les polarisations élémentaires sont distribuées au hasard comme pour une céramique vierge. Il y a réversibilité de cette courbe qui est aussi la

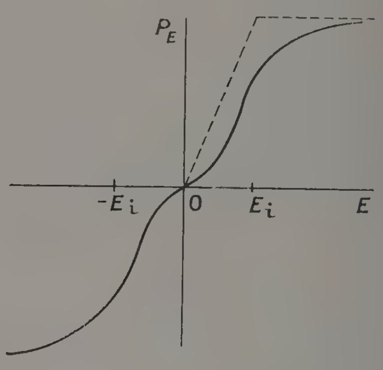


FIG. 22.

courbe de première polarisation. On a l'allure du cycle représentée sur la figure 22. En admettant que les champs internes ne font que favoriser le retournement des polarisations élémentaires sans qu'un changement dans leur direction soit possible, on trouverait lorsque le champ décroît le résultat indiqué en pointillé, avec toujours à la fin, lorsque le champ est nul, une polarisation totale nulle, mais on n'aurait pas la même distribution à ce moment que pour une céramique vierge.

Il est clair qu'en combinant les diverses influences signalées (champ E_0, champs internes) on peut obtenir des cycles théoriques se rapprochant tout à fait des cycles expérimentaux, d'autant plus que l'on doit faire intervenir une distribution en grandeur des champs internes. Il faut, bien entendu, tenir compte en outre de la polarisation induite.

Nous remercions M. le Pr G. Déjardin, Directeur de l'Institut de Physique Générale de l'Université de Lyon, qui s'est intéressé de très près à nos travaux.

Manuscrit reçu le 31 juillet 1955.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Mesnard (G.) et Eyraud (L.), *J. Phys. Rad.*, 1955, **16**. 926-938.

[2] Megaw (H.), *Proc. Roy. Soc.*, 1947, **189**, 261-283 ; *Acta Cryst.*, 1952, **5**, 739 et 1954, **7**, 187.

[3] Blattner (H.), Kanzig (W.), Merz (W.), Sutter (H.), *Helv. Phys. Acta*, 1948, **21**, 207-209.
Blattner (H.), Kanzig (W.), Merz (W.), *Helv. Phys. Acta*, 1949, **22**, 35-65.

[4] von Hippel (A.), *Rev. Mod. Physics*, 1950, **22**, 221-237.
von Hippel (A.), Breckenridge (R. G.), Chesley (F. G.), Tiszá (L.), *Ind. Eng. Chem.*, 1946, **38**, 1097-1109.

[5] Matthias (B.) et von Hippel (A.), *Phys. Rev.*, 1948, **73**, 1378-1384.
Merz (W.), *Phys. Rev.*, 1949, **75**, 687 ; 1949, **76**, 1221 ; 1950, **78**, 52 ; 1951, **82**, 562 ; 1953, **91**, 513.

[6] Mason (W. P.) et Matthias (B. T.), *Phys. Rev.*, 1948, **74**, 1622-1637.
Devonshire (A. F.), *Phil. Mag.*, 1949, **40**, 1040 ; 1951, **42**, 1065 ; *Advances in Phys.*, 1954, **3**, 85-130.
Matthias (B. T.), *Science*, 1951, **113**, 591-596.
Jonker (G. H.), et van Santen (J. H.), *Science*, 1949, **109**, 632-635.
Mason (W. P.), Piezoelectric Crystals and their application to Ultrasonics, Van Nostrand, New-York, 1954, ch. XI.
Jaynes (E. T.), Ferroelectricity, Princeton Un Press, 1953.

[7] Nash (D. E.), *Exp. Theor. Phys.* U. R. S. S., 1947, **17**, 537.
Powles, *Nature*, 1948, **162**, 614.

[8] Kambe (K.), Nakada (I.) et Takahasi (H.), *J. Phys. Soc. Jap.*, 1953, **8**, 9-20.

[9] Kay (H. F.) et Vousden (P.), *Phil, Mag.*, 1949, **40**, 1019.

[10] Rushman (D. F.) et Strivens (M. A.), *Trans. Far. Soc.*, 1946, **17** A, 231-238.

[11] von Kniepkamp (H.) et Heywang (W), *Z. angew. Physik*, 1954, **6**, 385-390.

[12] Kittel (C.), *Rev. Mod. Physics*, 1949, **21**, 541.

[13] Little (E. A.), Labor. for Insulation Research M. I. T., Oct. 1954.
Merz (W. J.), *Phys. Rev.*, 1954, **95**, 690-698.
Marutake (M.), *J. Phys. Soc. Japan*, 1952, **7**, 25-29.

[14] Jonker (G. H.) et van Santen (J. H.), *Rev. Techn. Philips*, 1949, **11**, 176-185.
Drougard (M. E.) et Young (D. R.), *Phys. Rev.*, 1954, **94**, 1561-1564.

[15] Drougard (M. E.) et Young (D. R.), *Phys. Rev.*, 1954, **95**, 1152-1153.
Cross (L. E.), *Phil. Mag.*, 1953, **44**, 1161.

INFORMATION

Enseignement du calcul numérique. Université de Grenoble, année scolaire 1956-1957.

Un centre de formation de calculateurs a fonctionné à Grenoble pendant l'année scolaire 1955-1956, dans le cadre de la Faculté des Sciences et de l'École Nationale Supérieure d'Électrotechnique, d'Hydraulique et de Radioélectricité, avec l'appui des principaux constructeurs français de machines à calculer, et de divers industriels.

Il fonctionnera à nouveau en 1956-1957.

Il est ouvert aux licenciés de Mathématiques et aux ingénieurs ayant une formation mathématique suffisante, désireux de devenir chefs d'atelier de calcul. Le calcul scientifique est en train de prendre une grande extension en France, et la pénurie de spécialistes est actuellement totale.

Cet enseignement peut également être une préparation à la recherche dans le domaine de la structure des machines et de l'analyse numérique.

Les cours théoriques portent sur :

— **les moyens de calcul :** Étude logique et technologique des divers types de matériel (de bureau, analogique, digital) ;

— **les méthodes de calcul :** Étude approfondie des problèmes centraux du calcul (systèmes du premier degré, problèmes différentiels, problèmes aux dérivées partielles).

Ils sont complétés par des exercices pratiques sur les principaux matériels en usage en France à l'heure actuelle.

La durée des cours est d'une année universitaire. Les cours, exercices et travaux personnels occupent en principe les étudiants à temps complet.

L'enseignement sera sanctionné en 1956-1957 par un certificat d'Études Supérieures de Calcul Numérique.

Pour tous renseignements, s'adresser à :

M. le Directeur du Laboratoire de Calcul de l'Université, 44, avenue Félix-Viallet, Grenoble (Isère).

SUR LES CYCLES D'HYSTÉRÉSIS DES CÉRAMIQUES AU TITANATE DE BARYUM

Par G. MESNARD et L. EYRAUD,
Institut de Physique Générale de l'Université de Lyon

Sommaire. — On complète les résultats de l'article sur les « Propriétés diélectriques des céramiques au titanate de baryum » en indiquant les éléments essentiels d'un calcul théorique plus rigoureux de la polarisation spontanée obtenue pour les diverses structures à partir des cycles d'hystérésis.

Nous avons, dans une publication récente [1], étudié les cycles d'hystérésis des céramiques ferroélectriques au titanate de baryum en fonction de la température et envisagé notamment les variations de la polarisation spontanée Ps que l'on peut en déduire. Les calculs correspondant à Ps ont été faits en considérant que, pour un champ électrique suffisamment élevé, la direction p de la polarisation spontanée prise par chaque cellule unité était la plus voisine de celle du champ, parmi les directions privilégiées possibles (qui sont réparties statistiquement à travers la céramique). On a admis que la direction p faisait avec celle du champ un angle variable θ correspondant à une distribution au hasard de p autour du champ à l'intérieur d'un angle solide limité par la valeur maxima possible θ_M de θ. Cette hypothèse simplifiait les calculs et expliquait en gros les résultats obtenus, mais la distribution ainsi adoptée pour p n'est pas satisfaisante car elle favorise trop les grandes valeurs de θ dont la probabilité est en fait plus faible. Nous allons donner ci-dessous les éléments d'un calcul plus rigoureux de la valeur moyenne de $\cos\theta$.

1) Considérons d'abord le cas où le titanate a la structure tétragonale. Par rapport aux directions

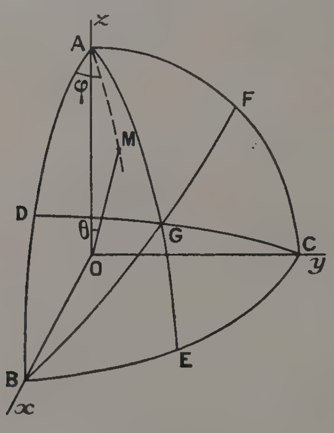


Fig. 1.

privilégiées (perpendiculaires entre elles) Ox, Oy, Oz, la direction du champ E est répartie au hasard pour les diverses cellules unité. Prenons pour Oz la direction p et soit M le point où la direction OM, du champ *E* rencontre la sphère de rayon unité (*fig.* 1) ; M se trouve placé au hasard dans l'un des huit triangles sphériques de la sphère tels que ADG ayant A pour sommet (D, E et F sont les milieux des arcs de grands cercles AB, BC et CA de la sphère). Il suffit, pour trouver la valeur moyenne de $\cos\theta$, de raisonner sur le triangle ADG avec M au hasard dans ce triangle. Soit φ l'angle des plans zOx et zOM ; l'élément d'aire du triangle ADG est

$$\sin\theta \, d\theta \, d\varphi$$

et l'on a pour moyenne de $\cos\theta$:

$$\overline{\cos\theta} = \frac{\iint_{(ADG)} \sin\theta\cos\theta \, d\theta \, d\varphi}{\iint_{(ADG)} \sin\theta \, d\theta \, d\varphi}. \tag{1}$$

Pour chaque valeur de φ entre O et $\pi/4$ on doit prendre θ entre O et une valeur θ_0 fonction de φ. On a :

$$\overline{\cos\theta} = \frac{\int_0^{\pi/4} \frac{\sin^2\theta_0}{2} d\varphi}{\int_0^{\pi/4} (1 - \cos\theta_0) \, d\varphi}. \tag{2}$$

On trouve aisément :

$$\operatorname{tg}\theta_0 = \frac{1}{\cos\varphi}.$$

L'intégration conduit finalement à :

$$\overline{\cos\theta} = \frac{6}{\pi\sqrt{2}} \operatorname{Arc\,tg} \frac{1}{\sqrt{2}} \# 0{,}83. \tag{3}$$

2) Pour le titanate à structure trigonale, il faut faire intervenir les 4 directions privilégiées joignant le centre O de la cellule unité cubique aux sommets du cube. Représentons ce cube en prenant la direction p (OA) perpendiculaire à la feuille (*fig.* 2) ; A, B, C, D, E, F et G sont des sommets du cube (AB, AD et AF sont des arêtes, AC, AE et AG sont des diagonales de faces du cube). La direction OM du champ passe à l'intérieur du polygone

B'C'D'E'F'G' joignant les milieux de AB, AC, AD, AE, AF et AG. Il suffit de raisonner sur le triangle AB'C' pour trouver la valeur moyenne de cos θ, en considérant que la direction OM est

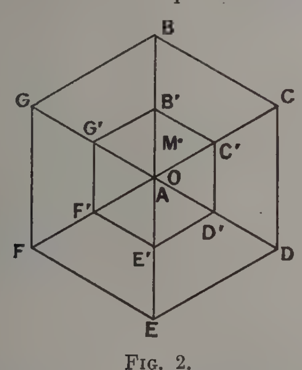


Fig. 2.

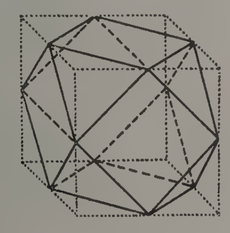
répartie au hasard dans l'angle solide limité par le triangle AB'C'. On envisage pour cela sur la sphère de rayon unité de centre O le triangle sphérique correspondant ab'c' ; soit φ l'angle des plans OAC' et OAM ; l'équation (1) est toujours valable en l'appliquant à ce triangle ab'c'. On voit aisément que φ varie de O à $\pi/3$ et on fait encore intervenir un angle θ_0 ; les formules concernant les triangles sphériques donnent la relation

$$\operatorname{tg} \theta_0 = \frac{1}{\sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{3} - \varphi\right)}.$$

L'intégration conduit finalement à :

$$\overline{\cos \theta} = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0{,}866. \qquad (4)$$

3) Pour le titanate à structure orthorhombique (6 directions privilégiées), considérons le polyèdre obtenu en joignant les milieux des arêtes de la cellule unité cubique : il possède 8 faces qui sont des triangles équilatéraux et 6 faces carrées (*fig.* 3).


Fig. 3.

Il correspond à ces faces sur la sphère concentrique de rayon unité des triangles et des quadrilatères sphériques. On doit raisonner successivement sur les triangles et les quadrilatères et faire intervenir les probabilités pour que la direction du champ E distribuée au hasard par rapport au polyèdre donne un point M situé à l'intérieur d'un triangle ou d'un quadrilatère ; la résolution des triangles et des quadrilatères sphériques donne respectivement pour ces probabilités 0,35 et 0,65 environ.

Pour trouver la moyenne de cos θ dans le cas où M est à l'intérieur d'un triangle de la sphère on doit subdiviser ce triangle en 6 triangles comme on a subdivisé en 1) le triangle sphérique ABC ; la formule (1) est appliquée à l'un de ces six triangles comme en 1) et l'on a ici

$$\operatorname{tg} \theta_0 = \frac{1}{\sqrt{3} \cos \varphi}. \qquad (5)$$

Dans le cas où M est à l'intérieur d'un quadrilatère de la sphère, celui-ci est subdivisé en 8 triangles et l'on peut appliquer la formule (1) à l'un d'eux, la relation (5) étant encore valable. Les valeurs moyennes de cos θ obtenues dans les deux cas sont respectivement

$$\frac{3}{2} \frac{\operatorname{Arc\,tg} \frac{1}{2\sqrt{2}}}{\left(3 \operatorname{Arc\,cos} \frac{1}{3} - \pi\right)} \quad \text{et} \quad \frac{\operatorname{Arc\,tg} \frac{1}{\sqrt{2}}}{\pi - 2 \operatorname{Arc\,cos} \frac{1}{3}}.$$

Au total on a sensiblement

$$\overline{\cos \theta} = 0{,}91. \qquad (6)$$

La comparaison des relations (3), (4) et (6) montre que Ps est le plus grand pour la structure orthorhombique et le plus petit pour la structure tétragonale, en accord avec l'expérience.

4) Les calculs concernant le cycle d'hystérésis sont plus compliqués avec la répartition nouvelle des polarisations spontanées des diverses cellules unité obtenue pour un champ électrique très élevé d'après ce qui précède. Précisons ce calcul uniquement dans le cas du titanate tétragonal ; les notations sont les mêmes que dans notre publication antérieure.

Pour une variation dE du champ E (dirigé en sens inverse du précédent) et en posant

$$E \cos \theta = E_0$$

la variation de polarisation devient

$$2P \cos \theta f(\theta)\, d\theta)$$

avec

$$f(\theta)\, d\theta = \frac{\int_{(\varphi)} \sin \theta\, d\theta\, d\varphi}{\frac{\pi}{12}}.$$

Le dénominateur de cette expression est la valeur de l'intégrale figurant en dénominateur dans l'expression (1) ; l'intégration qui figure ici au numérateur est seulement une intégration par rapport à φ ; cette intégrale vaut

$$\sin \theta\, d\theta \left(\frac{\pi}{4} - \varphi_0\right)$$

avec $\varphi_0 = 0$ tant que θ est inférieur ou égal à $\pi/4$ et

$$\cos \varphi_0 = \frac{1}{\operatorname{tg} \theta}$$

pour $\theta > \pi/4$.

Il en résulte que l'on a :

$$\Delta P_{\mathrm{E}} = \frac{2P}{\frac{\pi}{12}} \int_0^\theta \left(\frac{\pi}{4} - \varphi_0\right) \sin \theta \cos \theta \, \mathrm{d}\, \theta.$$

Pour $\theta < \pi/4$ l'intégration donne immédiatement :

$$\Delta P_{\mathrm{E}} = 3P \sin^2 \theta = 3P\left[1 - \left(\frac{E_0}{E}\right)^2\right].$$

Le champ coercitif est atteint pour une valeur de θ inférieure à $\pi/4$ et l'on a :

$$3P\left[1 - \left(\frac{E_0}{E_c}\right)^2\right] = P\,\overline{\cos \theta} = 0{,}83\ P,$$

d'où

$$E_c = 1{,}18\ E_0.$$

Le champ coercitif est plus faible que dans notre calcul simplifié car ici ΔP_{E} est surtout grand pour les faibles valeurs de θ et n'augmente plus que très lentement lorsqu'on se rapproche de la valeur $\theta = \theta_{\mathrm{M}}$ ($E_{\mathrm{M}} = E_0\sqrt{3}$) amenant la saturation, ce qui nous rapproche d'ailleurs des cycles expérimentaux.

Manuscrit reçu le 17 octobre 1955.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Mesnard (G.) et Eyraud (L.), *J. Physique Rad.*, 1956, **17**.

COLLIMATION DU RAYONNEMENT GAMMA PAR UN CANAL CYLINDRIQUE CIRCULAIRE

Par C. KELLERSHOHN et P. PELLERIN,
Laboratoire de Physique, Faculté de Médecine, Nancy.

Sommaire. — Exposé permettant d'apprécier le degré de collimation d'un rayonnement gamma par un canal cylindrique dans un matériau absorbant. Application au cas de la raie 364 KeV de ^{131}I et d'un canal à parois de plomb.

Au cours de recherches sur une méthode photographique destinée à étudier *in vivo* la distribution de l'activité d'une source radioactive dans un organisme [1, 2] nous avons été amenés à préciser la collimation du rayonnement gamma par un canal cylindrique.

Étude théorique. — Soit un élément de volume dv d'une source radioactive homogène défini en coordonnées cylindriques z, r, θ par l'intersection d'un pinceau OABCD et de deux plans perpendiculaires à l'axe ZOZ′ distant de dz (*fig.* 1). Le

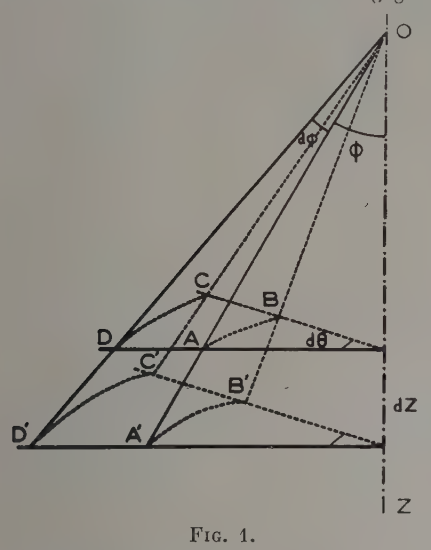


Fig. 1.

pinceau OABCD est lui-même défini par les droites d'intersection du dièdre ZOA, ZOB, d'angle $d\theta$ et des deux cônes de révolution de sommet O et de demi-angle au sommet φ et $\varphi + d\varphi$.

Nous adopterons dans les lignes qui vont suivre le langage usuel de la photométrie :

L'élément de volume dv se comporte comme une source, dont l'intensité (nombre de photons émis par seconde et par unité d'angle solide) est la même dans toutes les directions. Cette intensité est :

$$I = \frac{3{,}7 . 10^4 . A . dv}{4\pi}.$$

A étant l'activité de la source en microcuries par centimètre cube.

La luminance de cette source dans la direction OA est :

$$B = \frac{I}{ds \cos \varphi} \quad \text{avec} \quad ds = r\,d\theta\,dr$$

mais $dv = r\,d\theta\,dr\,dz$ d'où $B = \frac{3{,}7 . 10^4 . A}{4\pi} . \frac{dz}{\cos \varphi}$.

D'autre part, en vertu d'un théorème de photométrie bien connu, l'élément de volume dv donne au point O sur un plan perpendicuaire à l'axe ZOZ′ un éclairement dE (nombre de photons reçus par seconde et par unité de surface) donné par :

$$dE = B\,d\Omega \cos \varphi = \frac{3{,}7 . 10^4 . A}{4\pi} d\Omega\,dz \qquad (1)$$

maintenant

$$d\Omega = \frac{ds \cos \varphi}{OA^2} = \frac{r\,d\theta\,dr \cos \varphi}{OA^2}$$

mais

$$dr \cos \varphi = OA\,d\varphi \text{ d'ou } d\Omega = \frac{r\,d\theta\,d\varphi}{OA} = d\theta \sin \varphi\,d\varphi$$

et

$$dE = \frac{3{,}7 . 10^4 . A}{4\pi} . dz\,d\theta \sin \varphi\,d\varphi. \qquad (1')$$

Si nous avons un volume radioactif fini, défini par les valeurs $z_1 z_2$, $\theta_1 \theta_2$, $\varphi_1 \varphi_2$ des coordonnées, la densité du flux de photons reçu en O par le plan perpendiculaire à l'axe ZOZ′ est :

$$E = \frac{3{,}7 . 10^4 . A}{4\pi} \int_{z_1}^{z_2} dz \int_{\theta_1}^{\theta_2} d\theta \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \sin \varphi\,d\varphi. \qquad (2)$$

Si nous considérons un canal cylindrique de hauteur a et de rayon b, dans une paroi de plomb, une source radioactive homogène d'activité A microcuries par cm^3 limitée par deux plans perpendiculaires à l'axe du canal et distants de h (*fig.* 2), la densité du flux de photons au centre de l'orifice supérieur 0 du canal est d'après la formule 2

$$E = \frac{3{,}7 . 10^4 . Ah}{2} (1 - \cos \alpha) \text{ avec } \operatorname{tg} \alpha = \frac{b}{a}. \qquad (3)$$

En réalité, le point O est également soumis au rayonnement qui passe à travers le plomb à l'exté-

rieur du cône de sommet O et de demi-angle au sommet α. En supposant que nous ayons affaire à une source de rayonnement gamma monoénergétique, un pinceau de rayons centrés sur OMN (*fig.* 3) contribue à la densité du flux en O par la quantité :

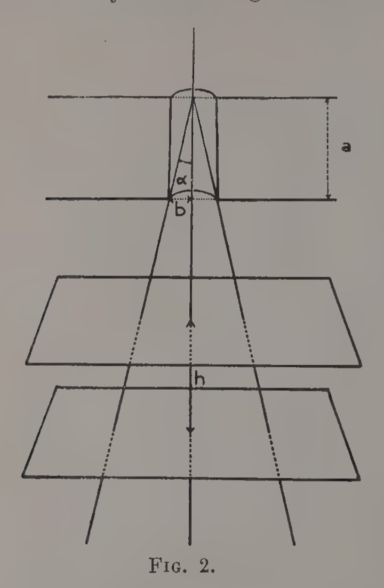


FIG. 2.

$$dE = \frac{3,7.10^4.A}{4\pi} dz\, d\theta \sin\varphi\, d\varphi . e^{-\mu.MN}$$

μ étant le coefficient d'absorption linéaire du plomb pour le rayonnement considéré. Nous avons d'autre part :

$$MN = \frac{a}{\cos\varphi} - \frac{b}{\sin\varphi}$$

d'où

$$dE = \frac{3,7.10^4.A}{4\pi} dz\, d\theta\, e^{-\mu\left(\frac{a}{\cos\varphi} - \frac{b}{\sin\varphi}\right)} .\sin\varphi\, d\varphi \quad (4)$$

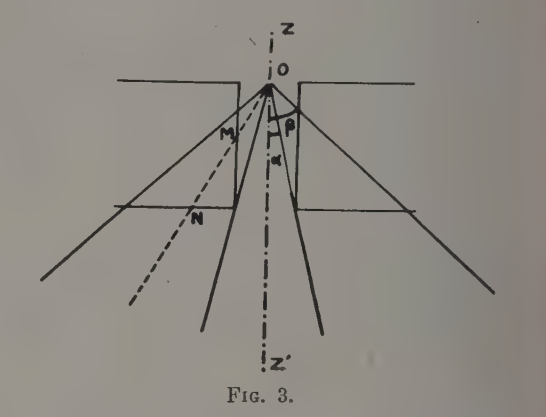


FIG. 3.

la relation 2 doit donc être remplacée par l'ensemble des relations suivantes :

$$\left.\begin{array}{l}
\varphi < \alpha \left\{\begin{array}{l} E_1 = \dfrac{3,7.10^4.A}{4\pi} \displaystyle\int_{z_1}^{z_2} dz \int_{\theta_1}^{\theta_2} d\theta \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \sin\varphi\, d\varphi \\ E_2 = 0 \end{array}\right. \\
\varphi > \alpha \left\{\begin{array}{l} E_1 = 0 \\ E_2 = \dfrac{3,7.10^4.A}{4\pi} \displaystyle\int_{z_1}^{z_2} dz \int_{\theta_1}^{\theta_2} d\theta \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} e^{-\mu\left(\frac{a}{\cos\varphi} - \frac{b}{\sin\varphi}\right)} .\sin\varphi\, d\varphi . \end{array}\right. \\
\quad E = E_1 + E_2.
\end{array}\right\} \quad (5)$$

Dans le cas où la source radioactive est limitée par deux plans indéfinis distants de h, les relations précédentes donnent :

$$E = E_1 + E_2 = \frac{3,7.10^4.Ah}{2} \left(1 - \cos\alpha + \int_{\alpha}^{\pi/2} e^{-\mu\left(\frac{a}{\cos\varphi} - \frac{b}{\sin\varphi}\right)} .\sin\varphi\, d\varphi\right). \quad (6)$$

En posant $\cos\varphi = x$ l'intégrale de la relation précédente peut s'écrire :

$$\int_0^{\cos\alpha} e^{-\mu\left(\frac{a}{x} - \frac{b}{\sqrt{1-x^2}}\right)} dx.$$

Cette intégrale ne peut être ramenée aux algorithmes élémentaires et les différents développements en série que nous avons essayés sont trop peu convergents pour être utilisables. Nous l'avons donc calculé par intégration mécanique.

L'iode 131 étant actuellement le corps émetteur de gammas le plus utilisé dans les applications médicales, nous avons calculé, pour différentes valeurs de a et pour la radiation 364 KeV qui représente 80,9 % des rayons gammas du spectre de l'iode 131 (3), le rapport :

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{\displaystyle\int_0^{\cos\alpha} e^{-\mu\left(\frac{a}{x} - \frac{b}{\sqrt{1-x^2}}\right)} dx}{1 - \cos\alpha}$$

b étant pris égal à 1 millimètre et μ tiré, par interpolation, d'une table convenable [4], pris égal à 2,67 cm^{-1}. La variation de $\frac{E_2}{E_1}$ en fonction de a est alors donnée par la courbe suivante (*fig.* 4).

La portion AB de la courbe est sans intérêt, car elle correspond à une grande demi-ouverture α, donc à une collimation géométrique médiocre. Pour une épaisseur de plomb $a = 10$ mm correspondant à une demi-ouverture $\alpha = 5°43'$ il passe 6,7 fois

plus de photons gamma à travers le plomb que dans l'ouverture géométriquement définie par le canal. Ce n'est que pour une épaisseur de 25 mm

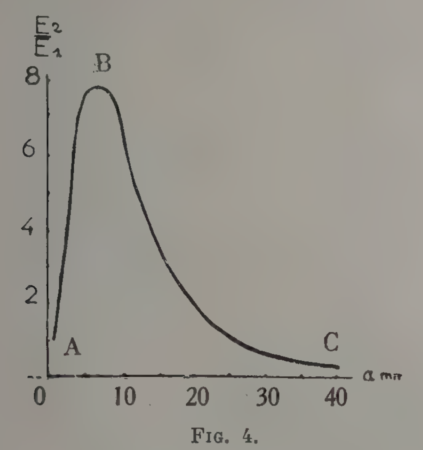


FIG. 4.

que le nombre de photons passant dans l'ouverture géométrique est égal à celui des photons passant à travers le plomb. Le tableau I donne pour différentes épaisseurs a de plomb l'angle α de demi-ouverture du cône défini par la géométrie du canal et l'angle β de demi-ouverture d'un cône correspondant à 75 % du flux total de photons reçu en O (*fig.* 3).

TABLEAU I

a mm	α°	β°	
10	5°43′	35°	
15	3°49′	30°	
20	2°52′	16°	
25	2°18′	5°	
30	1°54′	2°15′	
35	1°38′	1°41′	Pratiquement 100 % dans 3°.
40	1°26′		Pratiquement 100 % dans 2°.

Ce tableau montre que la collimation est bonne pour une épaisseur de 30 mm et excellente pour 40 mm. Ce n'est que pour des épaisseurs de plomb de cet ordre (dans le cas ici étudié de la raie 364 KeV de ^{131}I) qu'il existe une correspondance déterminée entre le flux des rayons gammas reçu en O, l'épaisseur *h* de la source radio-active au niveau de l'axe Z′OZ et la concentration *A* de l'activité de la source au voisinage de cet axe, telle qu'elle soit indépendante de la forme de la source et de la répartition du corps radioactif en dehors du voisinage de l'axe du canal.

Ces résultats sont valables pour un canal de 2 mm de diamètre. Ils ont trait également à une source plane indéfinie. Pour une source de dimensions finies, le rapport $\frac{E_2}{E_1}$ est d'autant plus petit que la source est plus petite. Pour des sources de dimensions moyennes, les conditions de collimation peuvent être moins sévères.

Vérification expérimentale. — Nous avons vérifié expérimentalement ces considérations de la manière suivante :

Soit deux godets cylindriques en verre de 20 mm de diamètre renfermant chacun 2 cm³ d'une solution d'iodure de sodium radioactif (I* Na) de concentration $A = 1$ millicurie par cm³. La hauteur *h* de la solution dans chaque godet est 6 mm. On a ainsi deux galettes cylindriques radioactives de 2 cm de diamètre et 0,6 cm de hauteur. On dispose les godets de façon que la distance des centres des deux galettes soit 2,5 cm (*fig.* 5).

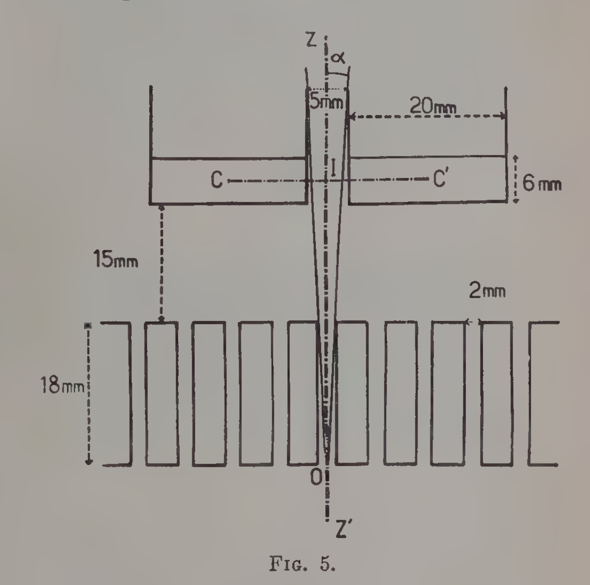
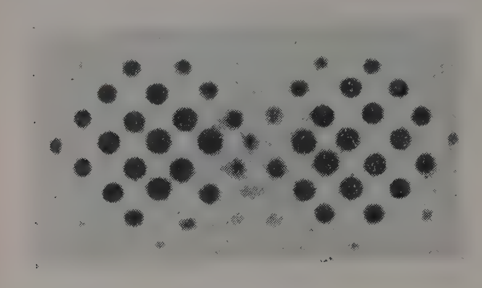


FIG. 5.

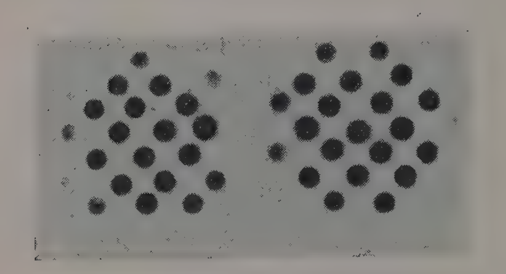
Une grille de plomb constituée de canaux cylindriques de 2 mm de diamètre situés aux sommets et au centre des carrés d'un réseau de carrés de 6 mm de côté, est placée à 1,5 cm des deux galettes cylindriques. Elle est disposée de telle manière que l'axe d'un des canaux ZZ′ coupe la ligne des centres CC′ des deux galettes en son milieu I, et que cette ligne des centres soit dans un même plan vertical qu'une ligne de canaux du réseau de la grille passant par ZZ′ (*fig.* 5). Enfin, la grille possède une épaisseur $a = 18$ mm. Dans ces conditions on voit que les deux galettes sont en dehors du cône de sommet O et demi-angle α défini par le canal ZZ′. Le récepteur est constitué par un film radiologique rapide (Kodak Regulix) associé à un écran renforçateur pour radiographie à haut voltage (Sinégran ultra).

Deux gammagraphies sont réalisées, l'une avec une grille d'épaisseur $a = 18$ mm et un temps de pose de 30 minutes (photographie A), l'autre avec une double grille d'épaisseur totale $a = 36$ mm et un temps de pose de 3 heures (photographie B). La différence des temps de pose a été déterminée pour que le noircissement photographique des

taches correspondant à la région centrale des deux galettes soit à peu près le même dans les deux cas. L'on voit qu'avec $a = 18$ mm, le canal central ZZ′ donne une tache très nette quoique les deux sources soient en dehors du cône qu'il définit. Au contraire, pour $a = 36$ mm, il n'y a aucune tache perceptible correspondant au canal central.



Photographie A.



Photographie B.

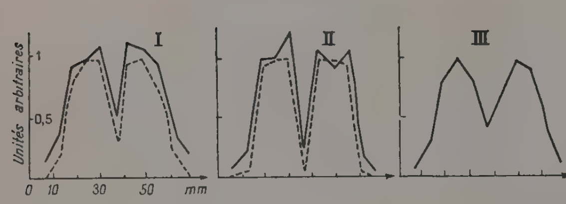


Fig. 6.

La courbe I (*fig.* 6) représente, pour $o = 18$ mm la variation relative de la densité de flux reçue à l'extrémité de chaque canal le long de la ligne de canaux diamétrale située dans le plan ZZ′, CC′. Les densités de flux ont été mesurées expérimentalement par voie photographique après construction de la courbe de noircissement de l'ensemble film-écran renforçateur, et en supposant la loi de réciprocité valable en première approximation. La courbe I en pointillé correspond aux valeurs théoriques déterminées par l'intégration des relations 5. Les courbes II sont obtenues de la même façon avec $a = 36$ mm. Enfin, à titre indicatif pour apprécier la collimation, la courbe III représente les résultats homologues obtenus avec un compteur Geiger directionnel de Corbett et Honour [5], dont l'orifice du collimateur est disposé à 2,5 cm des deux galettes radioactives. La comparaison de la courbe expérimentale I et de la courbe III montre que pour les deux sources considérées la définition obtenue avec une grille de 18 mm d'épaisseur est de l'ordre de celle obtenue avec un bon compteur Geiger directionnel.

Les courbes I et II montrent que l'accord des données expérimentales et théoriques est correct dans l'ensemble. La différence observée pour le minimum central des courbes I s'explique par le fait que la détermination théorique a été faite dans les hypothèses simplifiées : rayonnement mono-énergétique de 364 keV et canal unique. L'existence d'un réseau de canaux s'accompagne de travées de moindre épaisseur de plomb entraînant l'aspect de croisillonnement visible sur la photographie A. Enfin et surtout, toute cette étude, basée sur des considérations purement géométriques, *ne tient aucun compte du rayonnement diffusé.* Néanmoins, nous venons de voir que cette approximation permet de préciser les conditions nécessaires pour une bonne collimation par un canal cylindrique.

Les considérations précédentes, appliquées à la collimation de la raie 364 keV du spectre d'émission de ^{131} I par un canal cylindrique à parois de plomb, peuvent être facilement étendues à la collimation d'un rayonnement gamma renfermant plusieurs raies par un canal cylindrique à parois absorbantes quelconques.

Manuscrit reçu le 23 décembre 1955.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Kellershohn (C.) et Pellerin (P.), *C. R. Acad. Sc.*, 1955, **240**, 1816.
[2] Kellershohn (C.) et Pellerin (P.), *Nucleonics*, 1955, vol. **13**, n° 12, 34.
[3] Bell et Graham, *Physical Rev.*, 1952, **86**, 212.
[4] Victoreen (J. A.), in Glasser (O.), *Medical Physics*, 1950, **2**, 887 (The Year Book Publishers. Inc. Chicago, Illinois).
[5] Corbett (B. O.) et Honour (A. J.), *Nucleonics*, 1951, vol. **9**, n° 5, 43.

SUPPLÉMENT AU N° 6
TOME 17, JUIN 1956, PAGE 85 A.

RENDEMENT DES COMPTEURS G-M A FENÊTRE EN BOUT POUR LES RAYONNEMENTS ÉLECTROMAGNÉTIQUES DE FAIBLE ÉNERGIE

Par MAURICE DUQUESNE,
Laboratoire de Physique et Chimie Nucléaires du Collège de France.

Sommaire. — Calcul de l'efficacité du volume utile d'un compteur G.-M. à fenêtre en bout pour un rayonnement divergent, en considérant l'écran, la fenêtre et les autres régions du compteur comme « inefficaces ».
Calcul de l'efficacité de l'écran et contribution de la région située en arrière du volume utile. Confrontation entre valeurs calculées et valeurs expérimentales.

De nombreux articles [1] traitent de l'efficacité des compteurs Geiger-Müller aux rayons X, mais pour des compteurs à fenêtre en bout, les auteurs étudient le cas où le rayonnement ionisant arrive parallèlement à l'axe du compteur. Ainsi l' « effet paroi » se trouve éliminé. Une telle géométrie se rencontre rarement dans l'expérience où, le plus souvent, la source radioactive est située à une distance relativement faible du détecteur ; le rayonnement émis est divergent, et tout rayonnement électromagnétique issu de la source et pénétrant dans le compteur est détecté par « effet paroi » et par « effet gaz ». De plus, les auteurs cherchent souvent les conditions pour obtenir une efficacité maximum correspondant à une énergie donnée du rayonnement électromagnétique, or il arrive fréquemment que la détection des rayonnements électromagnétiques ne constitue pas le but de l'expérience ; dans ce cas nous n'avons pas besoin d'avoir une efficacité maximum, il nous faut simplement la connaître.

Pour ces raisons il nous a paru intéressant de reprendre ce problème du rendement des compteurs G.M. aux rayonnements électromagnétiques en envisageant une géométrie plus proche de l'expérience. Nous limitant au cas de rayonnements de faible énergie pour lesquels le rendement d'un compteur G.M. à fenêtre en bout n'est plus négligeable, nous ne considérerons que l'absorption par effet photoélectrique.

1. **Géométrie.** — La source ponctuelle S est située à une distance d de la fenêtre du détecteur. L'intérieur de ce dernier, cylindre de longueur L et de section s, peut être divisé en trois régions correspondant aux longueurs l_1, l_2, l_4 (*fig.* 1). Ces trois régions de volume V_1, V_2, V_4, sont vues de la source sous les angles solides ω_1, ω_2, ω_4.

En disposant un diaphragme sur la fenêtre du compteur on peut limiter ω_1 et faire en sorte que $\omega_2 = \omega_1$. Par la suite nous supposerons cette conditions remplie.

Comme nous envisageons le cas général où un écran est placé contre la fenêtre du compteur, nous aurons à examiner l'influence de cet écran sur le rendement du compteur.

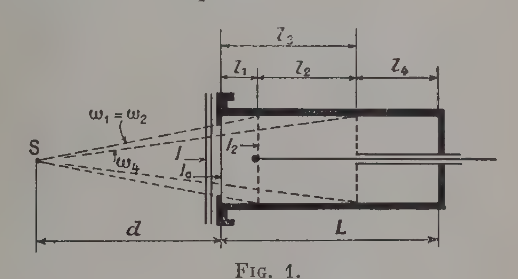


FIG. 1.

Si on définit le volume utile d'un compteur G.M. comme la région où un électron formé dans le gaz à la probabilité 1 d'être détecté, on remarque que le volume V_2 où règne le champ électrique peut remplir cette condition. Pour les volumes V_1, et V_4, cette probabilité dépend fortement et de l'énergie de l'électron et de l'endroit où il prend naissance. Ces volumes, qui ne contribuent pratiquement pas au rendement du compteur pour des photons de faible énergie, participent à ce rendement pour des photons d'énergie supérieure à 20 KeV. Nous étudierons donc leur contribution après avoir établi celle du volume V_2.

2. **Efficacité du volume utile V_2.** — Si $N_{0\gamma}$ est l'intensité totale des photons émis par la source S, celle-ci émet dans l'angle solide ω_1 :

$$I = N_{0\gamma}\,\omega_1.$$

Dans le cas général cette intensité doit traverser, avant d'atteindre le volume utile V_2 :

— un écran d'épaisseur x_1 présentant un coefficient d'absorption μ_1 à la radiation émise par la source ;

— une fenêtre d'épaisseur x_0 de coefficient d'absorption μ_0 ;

— le mélange gazeux du volume V_1 de coefficient d'absorption μ.

Nous désignerons I_0, I_1, et I_2 les intensités après la traversée de ces éléments de la géométrie que l'on considère pour l'instant comme « inefficaces ».

$$I_0 = I\, e^{-\mu_1 x_1}$$

$$I_1 = I_0\, e^{-\mu_0 x_0}$$

ou encore $I_1 = aI_0$; a transmission de la fenêtre

$$I_2 = aI_0\, e^{-\mu l_1}.$$

Une fraction de cette intensité, soit $I_{2a} = \frac{\omega_4}{\omega_2} I_2$, subit une absorption par « effet gaz » en traversant le mélange gazeux du volume V_2 sur un parcours que nous pouvons prendre égal à l_2.

L'autre fraction de l'intensité, à savoir

$$I_{2b} = \frac{\omega_2 - \omega_4}{\omega_2} I_2,$$

après avoir parcouru une longueur moyenne λ dans le gaz de V_2 tombe sur la surface latérale S_2 du cylindre qui limite V_2 et subit l'absorption par « effet paroi ».

Dans ces conditions, nous devons distinguer dans la paroi du compteur, à partir de l'intérieur, une épaisseur x_p correspondant au parcours d'électrons dont l'énergie serait égale à celle des photons incidents. Le volume V_2 recueille une fraction de ces photo-électrons formés dans x_p et si l'on admet que la diffusion multiple introduit une isotropie dans leur distribution, on détecte environ la moitié de ces photo-électrons.

Intensité pénétrant dans V_4 :

$$I_{3a} = I_{2a}\, e^{-\mu l_2}.$$

Intensité frappant S_2

$$I_{3b'} = I_{2b}\, e^{-\lambda\mu}.$$

Intensité après traversée de x_p :

$$I_{3b} = I_{3b'}\, e^{-\mu' x_p} ;$$

μ' coefficient d'absorption de la paroi.

Nombre de photons détectés par « effet gaz » :

$$(I_{2a} - I_{3a}) + (I_{2b} - I_{3b'})$$

soit :

$$aI_0\, e^{-\mu l_1}\left\{1 - \frac{\omega_4}{\omega_2} e^{-\mu l_2} - \frac{\omega_2 - \omega_4}{\omega_2} e^{-\mu\lambda}\right\}.$$

Nombre de photons détectés par « effet paroi » :

$$0{,}5(I_{3b'} - I_{3b})$$

soit :

$$\frac{\omega_2 - \omega_4}{2\,\omega_2} aI_0\, e^{-\mu(l_1+\lambda)}\left\{1 - e^{-\mu' x_p}\right\}.$$

Nombre total de photons détectés :

$$aI_0\left\{e^{-\mu l_1} - \frac{\omega_4}{\omega_2} e^{-\mu l_2} - \frac{\omega_2 - \omega_4}{2\,\omega_2} e^{-\mu(l_1+\lambda)}\,[1 + e^{-\mu' x_p}]\right\}.$$

Efficacité de V_2 :

$$\varepsilon_2 = \frac{\text{nombre de photons détectés}}{\text{nombre de photons pénétrant dans } V_2}$$

$$\boxed{\varepsilon_2 = 1 - \frac{\omega_4}{\omega_2} e^{-\mu l_2} - \frac{\omega_2 - \omega_4}{2\,\omega_2} e^{-\mu\lambda}\,(1 + e^{-\mu x' p}).} \quad (1)$$

Le rendement du compteur sera défini :

$$R(c) = \frac{\text{nombre de photons détectés}}{\text{nombre de photons pénétrant dans le compteur}}$$

$$R(c) = a\, e^{-\mu l_1}\, \varepsilon_2. \quad (2)$$

Le rendement de l'ensemble de la géométrie dans le cas où l'écran ne participe pas à l'efficacité du détecteur sera :

$R_{\text{Total}} = e^{-\mu_1 x_1} . R(c)$ ou $\underline{R_{\text{Total}} = e^{-\mu_1 x_1}\, e^{-\mu_0 x_0}\, e^{-\mu l_1}\, \varepsilon_2}$.

Le taux de comptage en photons sera donné par l'expression :

$$N_\gamma = N_{0\gamma}\, \omega_1 . R_{\text{Total}}.$$

3. **Influence de l'écran sur l'efficacité du détecteur.** — Dans le calcul précédent, l'écran de masse superficielle m_1, n'intervient que comme absorbant.

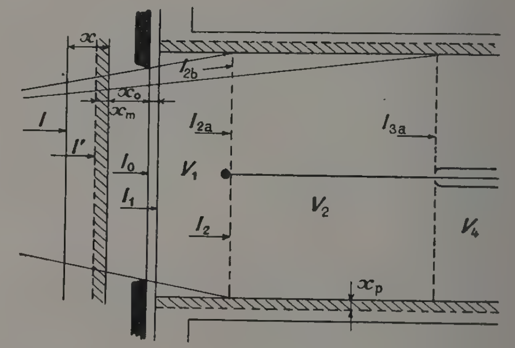


Fig. 2.

En fait, il émet des photo-électrons dont seuls ceux produits dans une couche x_m (*fig.* 2) peuvent atteindre le volume utile V_2 et être détectés. On doit tenir compte dans l'évaluation de x_m de la masse superficielle m_0 de la fenêtre et de la transmission du mélange gazeux de V_1.

Soit I' l'intensité à l'entrée de cette région efficace de l'écran

$$I' = I\, e^{-\mu_1(x_1 - x_m)}$$

on a toujours

$$I_0 = I\, e^{-\mu_1 x_1}.$$

Nombre de photons produits dans $x_m (x_1 > x_m)$

$$I' - I_0 = I\, e^{-\mu_1 x_1}\, (e^{+\mu_1 x_m} - 1).$$

Dans le cas où $x_1 \leqslant x_m$, $I' \equiv I$, et

$$I' - I_0 = I\, e^{-\mu_1 x_1} (e^{+\mu_1 x_1} - 1).$$

Nous écrirons dans le cas général

$$I' - I_0 = I\, e^{-\mu_1 x_1} (e^{+\mu_1 x_{1,m}} - 1)$$

$x_{1,m}$ signifiant que x_1 a pour limite supérieure x_m dans $e^{+\mu_1 x_{1m}}$. Nous désignerons par $\bar{\omega}_{m1}$ l'angle solide moyen sous lequel tout élément de volume de la couche x_m de l'écran voit le volume V_2 (ω_{m1} est fonction de la position de l'écran et des dimensions du compteur).

Nombre de photo-électrons issus de l'écran et détectés par V_2 :

$$I\,\bar{\omega}_{m_1}\, e^{-\mu_1 x_1} (e^{+\mu_1 x_{1,m}} - 1).$$

L'écran (m_1) possède donc en fait une certaine efficacité que l'on peut définir :

$$\varepsilon(m_1) = \frac{\text{nombre de photo-électrons de } (m_1) \text{ atteignant } V_2}{\text{nombre de photons incidents sur } (m_1)}$$

$$\boxed{\varepsilon(m_1) = \bar{\omega}_{m_1}\, e^{-\mu_1 x_1} (e^{+\mu_1 x_{1,m}} - 1).} \qquad (4)$$

Cette efficacité additionnelle, nulle pour $x_1 = 0$, est maximum pour $x_1 = x_m$, sa valeur est alors :

$$\bar{\omega}_{m_1} (1 - e^{-\mu_1 x m})$$

Si le rendement du compteur demeure le même, le rendement total se trouve augmenté de cette « efficacité » de l'écran :

$$R_{\text{Total}} = e^{-\mu_1 x_1} . e^{-\mu_0 x_0} . e^{-\mu l_1}\, \varepsilon_2 + \varepsilon(m_1). \qquad (3a)$$

On pourrait tenir un raisonnement analogue pour la fenêtre du compteur qui présente elle aussi une efficacité $\varepsilon(m_0)$. Dans le cas de fenêtres minces ($m_0 < 1$ mg/cm²) on peut négliger $\varepsilon(m_0)$ devant ε_2 dès que l'énergie des photons est telle que la transmission de la fenêtre ($a = e^{-\mu_0 x_0}$) est voisine de

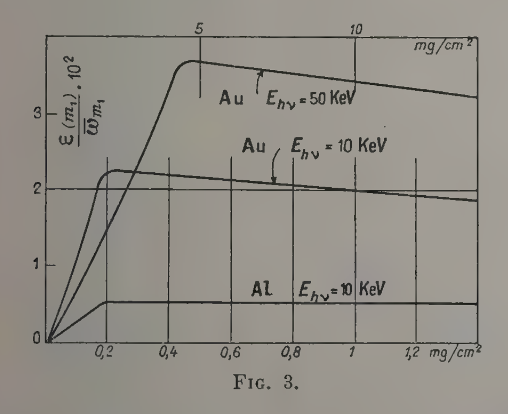


Fig. 3.

l'unité. En dessous de cette énergie, il est préférable de tenir compte de $\varepsilon(m_0)$; cependant sa contribution sera faible, une forte proportion des photo-électrons produits dans (m_0) étant alors absorbée par le mélange gazeux du volume V_1.

Cette influence de l'écran sur l'efficacité d'un compteur à fenêtre mince se traduit donc par une augmentation du taux de comptage en photons alors que l'épaisseur de l'absorbant augmente.

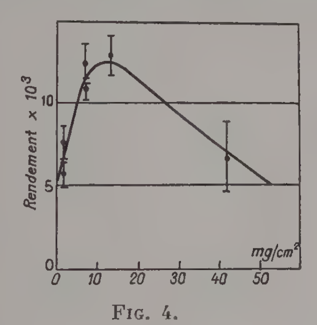


Fig. 4.

Nous donnons figure 3 $\frac{\varepsilon(m_1)}{\bar{\omega}_{m1}}$ en fonction de m_1 pour différentes énergies des photons, et figure 4 une courbe expérimentale montrant cette influence de $\varepsilon(m_1)$.

4. **Efficacité faisant intervenir V_1 et V_4.** — Lorsque l'énergie des photons augmente, le volume utile dépasse les limites du volume V_2 pour empiéter sur les volumes V_1 et V_4. Chacun de ces volumes participe alors à l'efficacité totale par « effet gaz » et par « effet paroi ». Pour des compteurs G.M. à faible pression, l'efficacité du gaz devient alors négligeable devant celle introduite par la paroi. Si, comme nous l'avons précisé au début, $\omega_2 = \omega_1$, le rayonnement issu de la source ne frappe pas la paroi S_1 de V_1 et la contribution de cette partie du compteur peut être négligée.

Nous ferons donc intervenir seulement la paroi interne du volume V_4 en négligeant l'absorption du gaz contenu dans cette région. Cette paroi comprend la surface latérale S_4 et le fond du compteur de surface s vu de la source sous l'angle solide ω_5. Il pénètre dans ce volume l'intensité I_{3a}, une partie de cette intensité tombe sur S_4, elle est proportionnelle à $\omega_4 - \omega_5$, l'autre partie qui frappe le fond du compteur est proportionnelle à ω_5. Après avoir traversé l'épaisseur x_p précédemment définie, l'intensité I_{3a} devient :

$$I_4 = I_{3a}\, e^{-\mu' x p}$$

et le nombre de photons absorbés sera :

$$I_{3a} - I_4 = \frac{\omega_4}{\omega_2}\, a I_0\, e^{-\mu l_3} \left\{ 1 - e^{-\mu' x p} \right\}.$$

Une partie des photo-électrons produits dans S_4 peuvent atteindre le volume utile V_2 où ils seront détectés. L'angle solide moyen pour l'émission vers le volume utile étant désigné $\bar{\omega}_{s4}$, le nombre de

photo-électrons détectés sera :

$$\frac{\omega_4 - \omega_5}{\omega_4} (I_{3a} - I_4) \overline{\omega}_{s_4}.$$

Le fond du compteur de surface s émet des photo-électrons vers le volume V_2 suivant un angle solide moyen $\overline{\omega}_s$, d'où le nombre de photo-électrons détectés :

$$\frac{\omega_5}{\omega_4} (I_{3a} - I_4) \overline{\omega}_s.$$

Au total :

$$(I_{3a} - I_4) \left\{ \overline{\omega}_{s_4} . \frac{\omega_4 - \omega_5}{\omega_4} + \overline{\omega}_s . \frac{\omega_5}{\omega_4} \right\},$$

Nous définirons l'efficacité du volume V_4 :

$$\varepsilon_4 = \frac{\text{nombre de photo-électrons d'origine } V_4 \text{ détectés dans } V_2}{\text{nombre de photons pénétrant dans } V_4}$$

$$\boxed{\varepsilon_4 = (1 - e^{-\mu' x p}) \left\{ \overline{\omega}_{s_4} \frac{\omega_4 - \omega_5}{\omega_4} + \overline{\omega}_s . \frac{\omega_5}{\omega_4} \right\}.} \quad (5)$$

Le rendement du compteur devient :

$$R(c) = e^{-\mu_0 x_0} e^{-\mu l_1} \varepsilon_2 + e^{-\mu_0 x_0} e^{-\mu l_1} \frac{\omega_4}{\omega_2} e^{-\mu l_2} \varepsilon_4 \quad (2a)$$

et le rendement total :

$$R_{\text{Total}} = \varepsilon(m_1) + e^{-\mu_1 x_1} e^{-\mu_0 x_0} e^{-\mu l_1} \left\{ \varepsilon_2 + \frac{\omega_4}{\omega_2} e^{-\mu l_2} \varepsilon_4 \right\}. \quad (3b)$$

Si on écrit que le rendement d'un compteur est le produit de la transmission de la fenêtre par l'efficacité du compteur

$$R(c) = a\,\varepsilon(c).$$

Dans nos calculs :

$$a = e^{-\mu_0 x_0}$$

l'efficacité du compteur s'écrira alors :

$$\boxed{\varepsilon(c) = e^{-\mu l_1} \left\{ \varepsilon_2 + \frac{\omega_4}{\omega_2} e^{-\mu l_2} \varepsilon_4 \right\}.} \quad (6)$$

Si on désigne $T = e^{-\mu_1 x_1}$ la transmission de l'écran, $(3b)$ s'écrit :

$$R_{\text{Total}} = \varepsilon(m_1) + aT\,\varepsilon(c).$$

5. **Vérification expérimentale.** — Des expériences de coïncidences $\beta - X$ et $\beta - \gamma$ ont été effectuées afin de déterminer quelques valeurs de l'efficacité et de comparer avec les valeurs données par les expressions précédemment établies. Ces expériences ont été réalisées dans un dispositif comprenant deux compteurs G.M. identiques à fenêtres minces et disposés dans le vide symétriquement par rapport à la source. Les caractéristiques géométriques des compteurs sont les suivantes :

$l_1 = 9$ mm, $l_2 = 24$ mm $l = 20$ mm
diam. int. = 23 mm ; diam. ext. = 24,5 mm
fenêtre : 1 mg/cm² de styrofoil

distance de la source aux compteurs :

d = 40 mm $\omega_1 = 1{,}2$ % de 4π.

Un champ magnétique variable peut être établi entre la source et l'un des compteurs.

Enfin des écrans peuvent être disposés contre les fenêtres des compteurs.

Avec ^{115m}In, nous avons obtenu pour l'efficacité du compteur les valeurs suivantes :

Énergie	$\varepsilon(c)$ exp.
3,3 KeV	23 ± 4 10^{-2}
24 KeV	0,8 ± 0,2 10^{-2}
340 KeV	0,3 ± 0,05 10^{-2}.

Si l'on calcule l'efficacité du compteur à partir de l'expression (6) où ε_2 est donné par (1) et ε_4 par (5), nous obtenons

Énergie	$\varepsilon(c)$ cal.
3,3 KeV	24,7 10^{-2}
24 KeV	0,68 10^{-2}
340 KeV	0,29 10^{-2}.

Avec ^{198}Au, par la méthode des coïncidences $\beta - \gamma$ en disposant devant la fenêtre de l'un des compteurs un écran de Pb de 1,1 gr/cm², nous obtenons pour valeur expérimentale du rendement

$$R_{\text{Total}} = 0{,}62 \pm 0{,}08\ 10^{-2}.$$

Le calcul donne :

$$\varepsilon(c) = 0{,}3\ 10^{-2} \quad \text{et} \quad \varepsilon(m_1) = 0{,}335\ 10^{-2}$$

L'expression $(3b)$ donne alors :

$$R_{\text{Total}} = 0{,}56\ 10^{-2}.$$

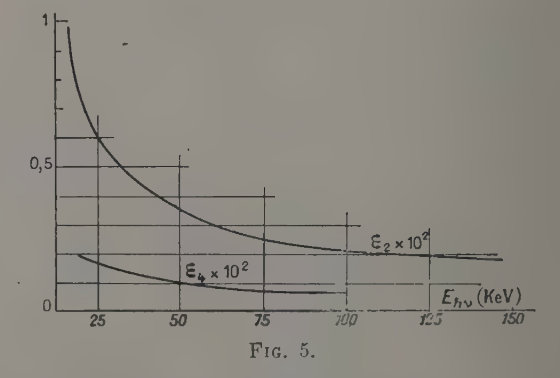


Fig. 5.

Nous donnons (fig. 5) les efficacités ε_2 et ε_4 en fonction de l'énergie $E_{h\nu}$ des photons. En dessous

de 20 keV, ε_4 est négligeable devant ε_2. Pour $E_{h\nu} = 3{,}3$ keV, la relation (1) donne $\varepsilon_2 = 0{,}28$ tandis que (5) conduit à $\varepsilon_4 = 0{,}0025$.

On a de même :

$$E_{h\nu} = 24 \text{ KeV} \quad \varepsilon_2 = 0{,}6\ 10^{-2} \quad \text{et} \quad \varepsilon_4 = 0{,}17\ 10^{-2}$$

$$E_{h\nu} = 340 \text{ KeV} \quad \varepsilon_2 = 0{,}25\ 10^{-2} \quad \text{et} \quad \varepsilon_4 = 0{,}08\ 10^{-2}.$$

Pour ces énergies la notion de volume utile V_2 s'estompe ; l'influence de V_4 n'est plus négligeable, tous les éléments du compteur participent à son efficacité $\varepsilon(c)$.

Nous tenons à exprimer notre reconnaissance à M. le Pr F. Joliot pour l'intérêt qu'il a pris à ce travail.

Manuscrit reçu le 6 février 1956.

BIBLIOGRAPHIE

Norling (F.), *Ark. Mat. Astr. Fys.*, 1941, **27**.
Marty (N.), *J. Physique Rad.*, 1946, **8**, 29.
Renard (G. A.), *J. Physique Rad.*, 1948, **9**.
Suffczynski, *Acta Phys. Polonica*, 1950, vol. X.
Barrère (G.), *J. Physique Rad.*, 1951, **12**, 107.

SUPPLÉMENT AU N° 6
TOME 17, JUIN 1956, PAGE 90 A

SPECTROMÈTRES POUR RÉSONANCE PARAMAGNÉTIQUE

Par J. UEBERSFELD et E. ERB,
École Supérieure de Physique et de Chimie Industrielle de Paris.

Sommaire. — Deux spectromètres opérant dans les bandes des 9 000 MHz et des 36 000 MHz sont décrits. Des détails sont donnés sur les parties hyperfréquence et basse fréquence.

I. **Introduction.** — L'expérience type de résonance paramagnétique [1] est la suivante : un corps paramagnétique est soumis à un champ magnétique continu H qui quantifie les sous-niveaux magnétiques ; un champ magnétique alternatif H_1, orthogonal à H, de fréquence convenable, excite des transitions dipolaires magnétiques entre ces sous-niveaux.

Le champ H_1 est produit par une bobine qui fait partie d'un circuit résonnant et la résonance paramagnétique se traduit par des variations ΔQ et $\Delta\nu$ du coefficient de surtension Q et de la fréquence de résonance ν du circuit résonnant. Si la fréquence du champ H_1 est du domaine des hyperfréquences, le circuit résonnant est remplacé par une cavité résonnante et le corps paramagnétique est placé dans la cavité résonnante en un ventre de champ magnétique. On peut rendre compte des variations de ΔQ et $\Delta\nu$ en donnant au corps une susceptibilité magnétique complexe $\chi = \chi' - j\chi''$; χ' est la dispersion, χ'' l'absorption paramagnétiques. ΔQ et $\Delta\nu$ sont proportionnelles respectivement à χ'' et χ'. Si on laisse fixe la fréquence du champ H_1, les courbes donnant les variations de χ' et χ'' en fonction de H ont l'allure de celles de la figure 1. Ce sont les courbes de résonance paramagnétique électronique (dans la suite nous dirons R. P. E.).

Le but du spectromètre pour R. P. E. est précisément de construire ces courbes.

II. **Observation des courbes de résonance paramagnétique.** — Le spectromètre doit mesurer les faibles variations ΔQ et $\Delta\nu$ envisagées précédemment. Différents montages ont été proposés [2]; le pont hyperfréquence (« té magique » ou « anneau hybride ») est le plus fréquemment utilisé. L'un de nous a mis au point un dispositif différent [3] qui a servi de base aux deux spectromètres pour R. P. E. de l'École de Physique et de Chimie. Avant d'en rappeler le principe, nous allons exposer les deux méthodes principales d'observation des courbes de résonance paramagnétique.

Au lieu de construire point par point les courbes de la figure 1, on peut soit les visualiser à l'oscillographe cathodique, soit les enregistrer.

1) Visualisation a l'oscillographe. — On module le phénomène à la fréquence du secteur en superposant au champ H_0, un champ alternatif parallèle d'amplitude suffisante pour couvrir toute l'étendue de la courbe (« modulation large »). La

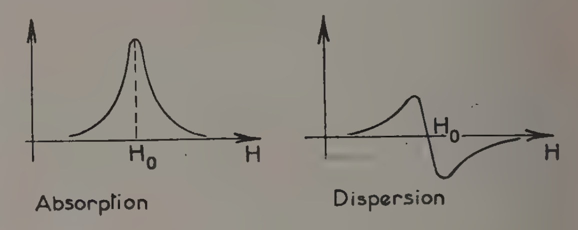


Fig. 1.

variation ΔQ ou $\Delta\nu$, qu'on peut alors amplifier, est appliquée sur les plaques de déflexion verticale d'un oscillographe. En envoyant sur les plaques de déflexion horizontale un signal proportionnel au champ de modulation, on fait apparaître sur l'écran de l'oscillographe l'une ou l'autre des courbes de la figure 1.

2) Enregistrement. — L'inconvénient du dispositif précédent est d'exiger un amplificateur pour basse fréquence à bande passante élevée (le signal à amplifier comporte en effet de nombreux harmoniques de la fréquence de modulation) : le bruit est alors amplifié sur une large bande de fréquence. Cet inconvénient peut être supprimé en remplaçant la « modulation large » par une « modulation fine » (faible devant la largeur de la courbe de R. P. E.).

Cette modulation produit un signal pratiquement *sinusoïdal* à la fréquence de modulation. L'amplitude et la phase de ce signal (grandeur obtenue par une détection synchrone) donnent la dérivée en chaque point des courbes de la figure 1. En faisant varier lentement le champ magnétique appliqué on construit les courbes dérivées des courbes de R. P. E. Le système amplificateur détecteur est accordé sur la fréquence de modulation ; on peut lui donner une bande passante aussi faible que l'on veut (à condition de donner au champ H une variation suffisamment lente) et augmenter ainsi le rapport signal/bruit.

Ce système, en revanche, ne permet pas l'observation commode des paramagnétismes transitoires.

III. **Ordre de grandeur des phénomènes et principe des mesures.** — La fréquence ν du champ H_1 est liée à l'intensité H du champ continu par la relation : $h\nu = g\beta H$, où h est la constante de Planck, β le magnéton de Bohr et g le facteur de Landé. On obtient, g étant généralement voisin de 2 :

$$\nu \# 3H$$

où ν est exprimée en MHz et H en gauss.

On voit donc que si H est de l'ordre de quelques dizaines de gauss (champ d'une bobine à air), la fréquence ν est celle d'une onde métrique, tandis que si H est de l'ordre de quelques milliers de gauss (champ d'un électro-aimant) la fréquence est du domaine des ondes centimétriques ou millimétriques. C'est dans ce deuxième cas que nous nous sommes placés pour réaliser les deux spectromètres, le premier fonctionnant à une fréquence voisine de 9 000 MHz (bande des 3 cm), le deuxième à une fréquence voisine de 36 000 MHz (bande des 8 mm).

Principe des mesures. — Le champ H_1 est produit par une cavité résonnante placée en bout d'un guide d'onde et excitée par un klystron reflex. L'onde réfléchie par la cavité — prélevée à l'aide d'un coupleur directif — est détectée par un cristal mélangeur. La cavité est placée dans l'entrefer d'un électro-aimant, muni de bobines de modulation. L'absorption et la dispersion paramagnétiques χ'' et χ' sont des grandeurs modulées en basse fréquence.

Le calcul complet [3] montre que si la cavité *n'est pas adaptée* au guide d'onde, l'onde réfléchie se compose de trois ondes : une onde A (indépendante de la R. P. E.), une onde $B\chi''$ et une onde $jB\chi'$ (les deux dernières ondes sont en quadrature).

Le signal qui détecte l'onde réfléchie est polarisé par l'onde A. Seule l'onde $B\chi''$ est détectée lorsque l'oscillateur est réglé à la fréquence ν de résonance de la cavité, car à ce moment A est en phase avec $B\chi''$ et donc en quadrature avec $jB\chi'$. La situation est inverse lorsque l'oscillateur est réglé à une fréquence voisine de $\nu \pm \Delta$, Δ étant la largeur à 3 db de la courbe de résonance de la cavité.

Le dispositif réalise une sorte de détection superhétérodyne, que nous appelons *détection homodyne* ; la puissance réfléchie par la cavité en l'absence de R. P. E. sert d'oscillateur local de phase variable permettant d'avoir séparément l'absorption et la dispersion. De plus, les signaux de R. P. E. sont détectés linéairement.

IV. **Schéma général de l'appareillage et production du champ magnétique.** — Le schéma de l'appareillage dans le cas de la visualisation des courbes sur l'oscillographe cathodique est indiqué

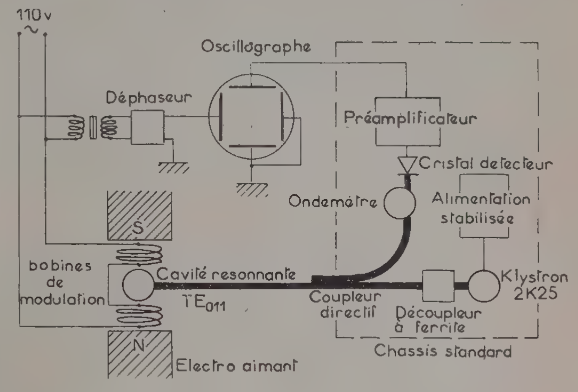


Fig. 2.

sur la figure 2. Le champ magnétique est produit par un électro-aimant Beaudoin (modèle 107). L'entrefer est de 60 mm pour le spectromètre à 9 000 MHz (champ produit : environ 3 000 gauss), de 18 mm pour celui à 36 000 MHz (champ produit : environ 12 000 gauss). La modulation est obtenue à l'aide de deux bobines supplémentaires coiffant les pièces polaires, alimentées soit par le secteur (modulation large), soit par un amplificateur de puissance piloté par un générateur B. F. (modulation fine). Le champ magnétique continu est étalonné à l'aide de la résonance paramagnétique du radical libre diphénylpicryl-hydrazile (D. P. P. H.). L'amplitude de la modulation est obtenue en mesurant la tension alternative qui apparaît aux bornes d'une bobine de surface connue placée dans le champ. Un rhéostat que l'on peut entraîner par un moteur électrique produit les variations lentes du champ magnétique dans le cas de l'enregistrement.

V. **Caractéristiques techniques de la partie hyperfréquence.** — Nous voulons seulement indiquer les caractéristiques principales. L'appareillage est décrit en détail à la référence [3], du moins en ce qui concerne le spectromètre dans la bande des 3 cm.

A) Spectromètre dans la bande des 3 cm.

1) *Oscillateur :* L'oscillateur est un klystron reflex 2 K 25 alimenté à l'aide d'une alimentation stabilisée soignée. Le klystron doit être chauffé en continu. Il est placé dans une boîte étanche (support « Dervaux ») et l'équilibre thermique est atteint en une vingtaine de minutes. La fréquence est alors stable, à mieux que 10^{-5} près. La puissance délivrée est voisine de 20 mW ; l'oscillateur

est découplé par une ligne unidirectionnelle à ferrite.

2) *Détecteur :* Le détecteur est un cristal mélangeur (type 1 N 23 B) ; un milliampèremètre en série avec le cristal contrôle l'accord de la cavité qui se traduit par un minimum dans le courant détecté (voir *fig.* 3). Le minimum doit être différent de zéro (cavité non adaptée).

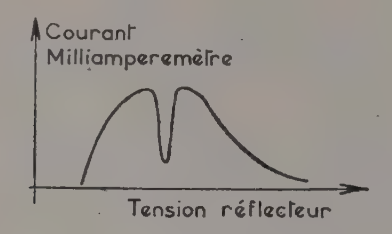


Fig. 3.

3) *Couplage directif :* Le coupleur est un coupleur à 6 db par fente construit par la Maison AMEP.

4) *Cavité résonnante :* La cavité est une cavité cylindrique qui résonne suivant le mode TE_{011} (mode des ondemètres). Ce mode a été choisi grâce au grand coefficient de surtension qu'il est possible d'obtenir (surtension à vide de 10 000 sans précautions spéciales) et à la facilité avec laquelle on place l'échantillon pour effectuer une mesure. L'échantillon est en effet placé suivant l'axe de la cavité (en un ventre de champ magnétique) : un trou est percé au centre de la face supérieure de la cavité pour permettre son introduction. Un mandrin guide le tube de pyrex ou de quartz qui contient la substance à étudier s'il s'agit d'une poudre, ou la tige fixe à laquelle est collé l'échantillon s'il s'agit d'une masse compacte (monocristal, substance amorphe). Un petit vase Dewar (diamètre extérieur 6 mm) peut remplacer le mandrin et permet de refroidir la substance à étudier jusqu'à la température de l'azote liquide. Le couplage de la cavité au guide d'onde est réalisé à l'aide d'un iris circulaire percé sur la surface latérale du cylindre. Le diamètre de l'iris (d'épaisseur 1 mm) donnant le couplage optimum est voisin de 6,5 mm.

B) Spectromètre dans la bande des 8 mm. — La plupart des considérations précédentes sont valables ; l'appareillage est l'« homothétique » de celui réalisé à 3 cm. Il faut noter les quelques points suivants : le klystron est un klystron reflex haute tension fabriqué par la Radio-Industrie (type K L2 T1) donnant environ 15 mW dans la bande. Les différentes tensions, en particulier la tension anode (2 000 V — 14 mA) est fournie par une alimentation stabilisée Airmec. Par suite des pertes diélectriques élevées à 36 000 MHz l'échantillon de substance doit être placé dans un tube capillaire très mince (diamètre extérieur inférieur à 1,5 mm).

VI. **Caractéristiques techniques de la partie « détection-amplification basse fréquence ».** — Le phénomène est toujours modulé en basse fréquence à 50 Hz dans le cas de la modulation large, à 1 300 Hz dans le cas de la modulation fine.

A) Visualisation des courbes a l'oscillographe. — Un préamplificateur de gain 20 environ, entièrement alimenté en continu, de bande passante environ 5 000 Hz amène le signal à un niveau suffisant. Le signal est alors appliqué à l'une des entrées verticales d'un oscillographe Ribet-Desjardins 264 B ; une tension carrée à 50 Hz envoyée sur la deuxième entrée permet de séparer l'aller et le retour du spot (voir *fig.* 4).

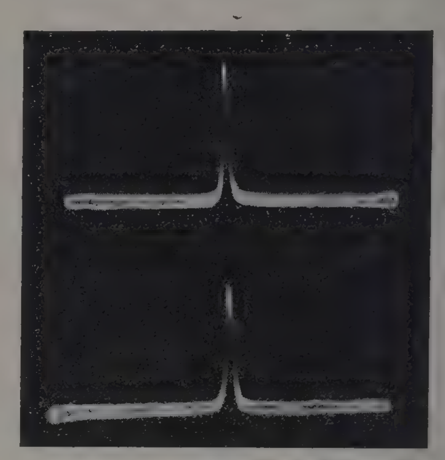


Fig. 4.

Une fraction de la tension de modulation, déphasée de $\frac{\pi}{2}$ par un déphaseur à résistances et capacités est appliquée à l'entrée de l'amplificateur horizontal et permet l'observation des courbes de R. P. E.

B) Enregistrement de la dérivée des courbes de R. P. E. — A la sortie du préamplificateur, le signal est envoyé sur un amplificateur sélectif à contre-réaction AOIP., puis après une nouvelle amplification sur un détecteur synchrone (lock-in) à diodes. Le signal détecté est filtré par une constante de temps (2 secondes) qui limite la bande passante de tout le système. Un transformateur d'impédance constitué par une lampe 6 BL 7 (deux triodes de puissance à haute impédance d'entrée) permet d'attaquer symétriquement un milliampèremètre enregistreur Chauvin-Arnoux. La tension de référence sur le détecteur synchrone est de 20^{v} ; elle est obtenue à partir du générateur B. F. qui pilote l'amplificateur de puissance pour la modulation du champ magnétique. La phase de cette tension de référence peut varier de 0 à 160°.

Le schéma général de l'appareillage d'enregistrement est donné à la figure 5. On n'a pas représenté le préamplificateur ni l'amplificateur sélectif.

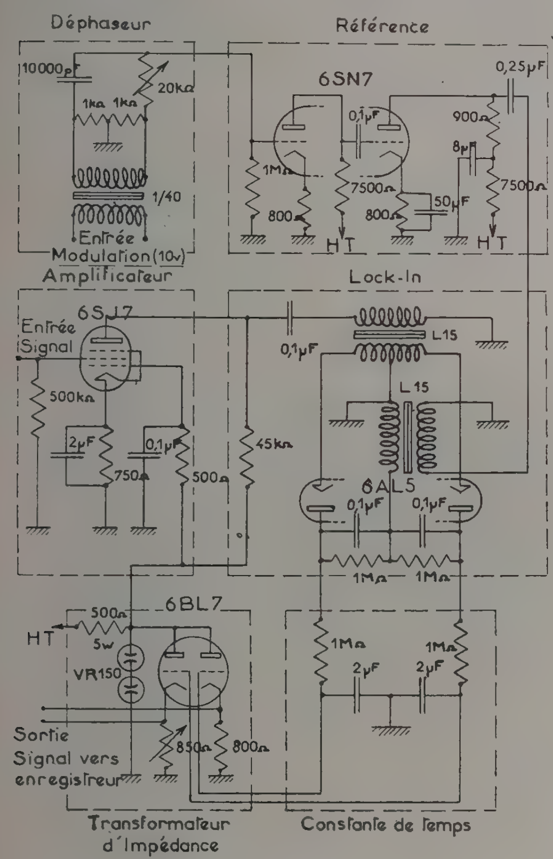


Fig. 5.

(L' « entrée signal » indiquée sur le schéma correspond à la sortie de ce dernier).

VII. **Performances.** — A) Spectromètre dans la bande des 3 cm. — 10^{-6} g de D. P. P. H. soit 10^{15} radicaux libres donnent un phénomène de l'ordre de grandeur du bruit de fond sur l'écran de l'oscillographe cathodique. Le dispositif de détection synchrone augmente la sensibilité d'un facteur 10 environ. Sur la figure 6 on a indiqué l'enregistrement obtenu avec 10^{-6} g de D. P. P. H.

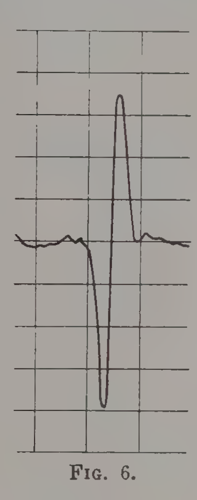


Fig. 6.

B) Spectromètre dans la bande des 8 mm. — Des expériences préliminaires montrent que les performances du spectromètre sont au moins égales à celles du spectromètre de la bande des 3 cm.

Des précisions seront données prochainement dans une autre publication.

Manuscrit reçu le 15 février 1956.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Uebersfeld (J.) et Combrisson (J.), *J. Physique Rad.*, 1953, **14**, 104.

[2] Combrisson (J.) et Uebersfeld (J.), *J. Physique Rad.*, 1953, **14**, 724.

[3] Uebersfeld (J.), *Thèse*, Paris, 1955.

MESURE DE LA CAPACITÉ D'UN ÉLECTROSCOPE OU D'UN VOLTMÈTRE ÉLECTROSTATIQUE

Par ALBERT LABORDE,
Ancien élève de l'École supérieure de Physique et de Chimie.

Sommaire. — Quand le graphique d'étalonnage d'un électroscope définit pour chaque point de sa graduation, les valeurs simultanées de la différence de potentiel V par rapport à la cage de l'instrument et de la capacité actuelle C de celui-ci, il est possible d'effectuer rapidement des mesures de capacités, de courants d'ionisation, ou de faibles conductibilités.
Cet étalonnage en capacités peut être réalisé suivant une méthode rapide et simple.

Le micromètre de la lunette de lecture ou la graduation du cadran étant étalonnés en Volts, la capacité de l'instrument peut être facilement mesurée, pour des positions de l'index correspondant à des différences de potentiel données, en utilisant un condensateur de charge par influence étalonné, de valeur fixe ou variable, et sans qu'il soit nécessaire de déterminer les capacités des organes intermédiaires de montage ou de connexion.

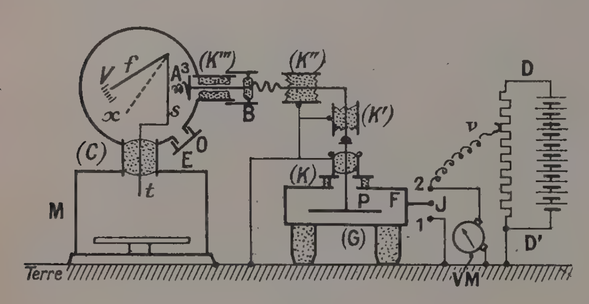


FIG. 1.

Montage. On appelle C la capacité de l'électroscope E dont la cage est mise à la terre ; G le coefficient d'influence du condensateur de charge F,P étalonné ; K la capacité de ce condensateur isolé, y compris sa monture ; K', K'', K''' .... les capacités parasites des traversées isolantes et des fils de connexion montés sous tubes métalliques de protection reliés à la terre ; A un petit ressort, monté à l'extrémité du chargeur isolé mobile B, et qui permet de mettre l'armature interne P du condensateur d'influence en relation, soit avec la cage de l'électroscope (contact en 3), soit avec le support isolé s de l'index mobile f. Un potentiomètre D, D′ et un voltmètre V, M servent à porter l'armature externe F du condensateur à la tension de charge requise (l'interrupteur J est alors en position 2, tandis qu'en position I il met cette armature au sol). On peut avoir accès au support isolé s de l'index mobile f, soit en t en ouvrant la porte de la chambre de mesures M, soit en s à travers la paroi de la cage, fermée en O par un bouchon à vis.

Méthode de mesure. Le principe de cette méthode de mesure est fort simple, il est emprunté à des procédés classiques de mesures électrostatiques élémentaires, dont l'association présente peut-être un certain intérêt (1). Le condensateur étalon permettant de fournir au système de conducteurs isolés, les charges nécessaires pour le porter au potentiel choisi V par rapport à la cage, on détermine : la charge Q qui donne ce résultat en une opération unique, puis la charge Q' qu'il faut ajouter à la charge $q = CV$ de l'électroscope mis d'abord seul en charge, pour élever à ce même potentiel V, l'ensemble des conducteurs, de capacité $(C + K + K' + K'' \ldots)$, dans lequel cette charge q a été répartie.

On peut évidemment écrire :

$$Q = CV + Q', \text{ d'où } C = \frac{Q - Q'}{V} ;$$

Q et Q' sont mesurés en fonction du coefficient d'influence G du condensateur étalon.

Les opérations sont avantageusement réalisées dans l'ordre suivant : 1° Charger l'électroscope à un potentiel V, que l'on repère dans la lunette de visée après avoir remis le ressort A en contact avec la cage (en 3) puis l'armature F du condensateur de charge au sol.

2° Décharger l'équipage mobile dans la capacité totale (K total $= K + K' + K''$ ....) en mettant le ressort A en contact avec le support isolé s. La feuille d'aluminium battu ou d'or indique une nouvelle différence de potentiel V_x qu'il est inutile de connaître. On peut alors écrire :

$$CV = (C_x + K \text{ total}) V_x.$$

3° Charger ensuite l'armature externe F à un potentiel v' tel que la feuille remonte à la position V. Il en résulte :

$$CV + Gv' = (C + K \text{ total}) V \ldots . [\alpha].$$

(1) Voir M. MOULIN. — L'électromètre à quadrants (*Le Radium*, tome quatrième, 4e année, n° 5, mai 1907, p. 190).

4° Décharger alors complètement l'ensemble du système isolé, sans modifier en rien la position du chargeur B ni le contact de A avec l'équipage mobile. Pour cela, mettre un instant au sol, par exemple, la tige électrode t. Remettre également à la terre l'armature externe F (l'interrupteur J en position I). Toutes les charges étant ainsi dissipées, et le montage des connexions isolées demeurant inchangé, charger de nouveau au potentiel V l'ensemble des conducteurs en portant l'armature externe F au potentiel v. On peut alors écrire :

$$Gv = (C + K \text{ total}) V \; .... \; [\beta].$$

Des expressions [α] et [β] on tire la valeur de la capacité de l'électroscope :

$$G = \frac{G(v - v')}{V} \; .... \; [I].$$

La distribution des charges développées par influence sur le conducteur isolé Pf n'étant pas modifiée au cours des mesures, les quantités d'électricité q, φ et φ' sont de même signe. Le coefficient G peut être pris en valeur absolue dans cette formule [1].

Remarque : Si l'isolement de l'électroscope ou celui des conducteurs de jonction n'est pas parfait, il y a lieu d'apporter à la mesure une correction qui tienne compte de la vitesse de décharge spontanée pouvant intervenir au cours des manœuvres 2°, 3° et 4°, et effectuées tandis que l'électroscope est sous charge.

Soient : t'_1, le temps de chute très court de la feuille entre les différences de potentiel V et V_x ; t'_2, la durée de recharge de V_x à V.

(On pose : $t'_1 + t'_2 = t'$) ;

$G\frac{\Delta' v}{\Delta' t}$, la vitesse moyenne de compensation de la fuite spontanée dans l'intervalle V_x, V, en quantité d'électricité par seconde ; t, la durée de la recharge de 0 à V ; $G\frac{\Delta v}{\Delta t}$, la vitesse moyenne de compensation de la fuite spontanée dans l'intervalle 0, V, en quantités d'électricité par seconde.

On écrira :

$$C = \frac{G\left[(v - v') - \left(t\frac{\Delta v}{\Delta t} - t'\frac{\Delta' v}{\Delta' t}\right)\right]}{V}.$$

Si l'on peut obtenir que les durées t' et t des manœuvres soient égales : $t = t'$,

il vient :

$$C = \frac{G\left[(v - v') - t\left(\frac{\Delta v}{\Delta t} - \frac{\Delta' v}{\Delta' t}\right)\right]}{V}$$

et dans ces conditions d'expérience, le terme correctif est très petit. On peut l'annuler si l'on opère de telle façon que :

$$t : t' :: \frac{\Delta' v}{\Delta' t} : \frac{\Delta v}{\Delta t}.$$

En général, la durée des lectures et des opérations de charge et de décharge est assez courte pour que la correction soit négligeable ; mais si une fuite appréciable n'est compensée que par un déplacement rapide du curseur du potentiomètre, il ne faudra pas la méconnaître.

APPLICATIONS

1° Mesure d'une capacité extérieure. α) MÉTHODE DES MÉLANGES : Le support s de l'index mobile est alors muni d'un conducteur isolé de la cage qu'il traverse pour être accessible à l'extérieur. Quand on a tracé les courbes d'étalonnage, en différences de potentiel et en capacités, d'un électroscope ainsi équipé, il est possible de mesurer vite et directement la capacité d'autres éléments bien isolés. L'appareil constitue en même temps qu'un étalon de capacité, l'instrument de mesure des tensions V_1 et V_2 observées avant et après la répartition d'une charge C_1V_1 de l'électroscope seul, entre celui-ci et la capacité à mesurer C'.

On a dans ce cas :

$$C_1V_1 = (C_2 + C')V_2$$

d'où :

$$C' = \frac{C_1V_1 - C_2V_2}{V_2}.$$

Par cette méthode, on ne peut mesurer que des capacités C' petites par rapport à celle de l'électroscope.

β) MÉTHODE DU COURANT D'IONISATION CONSTANT : Dans la chambre d'ionisation M de l'appareil ainsi équipé et étalonné, on dispose un produit radioactif tel que de l'oxyde d'uranium par exemple et qui détermine un courant de saturation i constant. La mesure des temps de chute t et t' de la feuille entre deux positions de celles-ci (C_1V_1 et C_2V_2), d'abord quand l'appareil est seul (temps t) puis lorsqu'il communique avec la capacité C' à mesurer (temps t'), fournit la valeur de celle-ci. On écrit :

$$i = \frac{C_1V_1 - C_2V_2}{t} = \frac{(C_1 + C')V_1 - (C_2 + C')V_2}{t'}$$

d'où

$$C' = \frac{(C_1V_1 - C_2V_2)}{V_1 - V_2} \times \frac{t' - t}{t} \; .... \; [III].$$

Le facteur $\frac{(C_1V_1 - C_2V_2)}{V_1 - V_2}$ est une constante de l'appareil et figure, dans cette région de l'échelle, une capacité fictive fixe $C_{V_1}^{V_2}$ pour laquelle une variation de charge $\Delta Q = C_1V_1 - C_2V_2$ correspondrait à une variation de tension $\Delta V = V_1 - V_2$. On peut écrire symboliquement :

$$C' = C_{V_1}^{V_2} \times \frac{t' - t}{t}.$$

Le premier facteur est donné par l'étalonnage de l'instrument. Le rapport qui constitue le second facteur est pratiquement désigné en termes de vitesse, exprimés en nombre de divisions par seconde. S'il y a N divisions de l'échelle entre les positions V_1 et V_2 de l'index, les vitesses de déplacement de celui-ci sont :

$$U = \frac{N}{t} \text{ et } U' = \frac{N}{t'},$$

d'où :

$$C' = C_{V_1}^{V_2} \frac{U - U'}{U'} \ldots\ldots [\text{IV}].$$

Remarque : Si l'électroscope est insuffisamment isolé, on mesurera des vitesses $\Phi > U$ et $\Phi' > U'$.

La formule IV devra alors subir une correction.

Soient φ et φ' les vitesses moyennes de fuite spontanée mesurées en différentes régions de l'intervalle de N divisions, avant et après l'adjonction de la capacité à mesurer C', l'expression de celle-ci devient :

$$C' = \frac{(C_1 V_1 - C_2 V_2)}{V_1 - V_2} \times \frac{(\Phi - \varphi) - (\Phi' - \varphi')}{\Phi' - \varphi'} \ldots\ldots$$

[IV corrigée].

Par cette méthode, on peut mesurer des capacités C' plus petites ou plus grandes que celle de l'électroscope.

2° **Mesure d'un courant d'ionisation.** Un électroscope de type normal ou modifié, étant étalonné sur une chambre d'ionisation donnée, il est possible de déterminer rapidement la valeur d'un courant d'ionisation i, mesuré à saturation dans cette chambre. Lorsque la feuille descend de N divisions, de la position C_1V_1 à la position C_2V_2 en un temps t, on a :

$$i = \frac{C_1 V_1 - C_2 V_2}{t} \ldots\ldots [\text{IV}]$$

à la condition que l'isolement de l'électroscope soit parfait.

Mais, s'il existe une fuite spontanée, la chute de la feuille s'accomplit en un temps $\theta < t$ et l'on peut écrire :

$$i = \frac{(C_1 V_1 - C_2 V_2)}{\theta} - \frac{(C_1 V_1 - C_2 V_2)}{\Theta}.$$

Θ représentant le temps très long que durerait la fuite spontanée sur le parcours de N divisions.

Puis, en mettant les mesures de vitesse Φ et φ en évidence, celles-ci étant notées en nombre de divisions du micromètre par seconde, $\Phi\theta = \varphi\Theta = N$:

$$i = (C_1 V_1 - C_2 V_2) \frac{\Phi - \varphi}{N} \ldots\ldots [\text{V corrigée}]$$

la vitesse de fuite spontanée φ est une moyenne de mesures effectuées dans l'intervalle de N divisions.

Je remercie vivement Monsieur André Langevin de m'avoir accueilli dans son laboratoire de l'École Supérieure de Physique et de Chimie, et d'avoir obligeamment effectué avec moi, en m'aidant aussi de ses conseils, les premiers essais de contrôle qui justifient cette méthode d'étalonnage.

Manuscrit reçu le 26 janvier 1956.

CALCUL D'UNE CHAMBRE D'IONISATION A PAROIS ÉPAISSES DE GRAPHITE CONÇUE POUR MESURER L'INTENSITÉ DE GAMMA D'ÉNERGIE ÉLEVÉE (JUSQU'A 50 MeV)

Par C. SCHUHL,
C. E. A., Centre d'Études Nucléaires de Saclay.

Sommaire. — On calcule la sensibilité d'une chambre d'ionisation à parois épaisses de graphite en fonction de l'énergie des gamma. Le calcul est effectué pour des épaisseurs de 4,5 cm, 9 cm et 13,5 cm de graphite de densité = 1,76 g/cm³ et pour des énergies de gamma atteignant 50 MeV. On doit également calculer la relation « parcours-énergie » des électrons dans ce domaine d'énergie. Les résultats obtenus dans la mesure du flux d'un bétatron (spectre de freinage) sont comparés aux autres méthodes de détection ; ils concordent dans les limites de l'approximation du calcul.

Introduction. — La nécessité d'une telle chambre s'est fait sentir pour étudier les réactions photonucléaires obtenues soit avec un faisceau monoénergétique de gamma soit avec un spectre de freinage d'un bétatron ou d'un accélérateur linéaire d'électrons.

Elle permet de vérifier la valeur de l'intensité du faisceau à chaque instant.

Principe. — *a*) L'idée initiale de la méthode est due à L. H. Gray [1]. Supposons un bloc de matériau donné (*fig.* 1) soumis à l'action d'un rayonnement gamma. Les électrons secondaires créeront dans le bloc une ionisation qu'il est possible de calculer dans certains cas simples. Il existe une relation entre l'ionisation [1] existant au point A d'une part et l'intensité et la forme spectrale du rayonnement d'autre part. Si nous voulons mesurer cette ionisation, il nous faut créer une chambre gazeuse où les ions (ou les électrons) pourront être collectés. Soit B une cavité d'air suffisamment petite pour ne pas perturber la répartition des électrons créés dans le bloc. L'ionisation mesurée dans B est reliée à l'ionisation correspondante dans le bloc par la relation :



FIG. 1.

$$J_{\text{gaz}} = \frac{\rho_{\text{gaz}}}{\rho_{\text{bloc}}} \cdot r \cdot J_{\text{bloc}} \qquad (1)$$

(¹) Nous appellerons ionisation en un point A, le nombre d'ions créés par unité de volume $\frac{dN}{dv}$ dans un élément de volume dv entourant A lorsque dv devient petit.

où J_{bloc} et J_{gaz} représentent les ionisations dans le bloc et le gaz, ρ_{bloc} et ρ_{gaz} les densités respectives et r le pouvoir d'arrêt relatif des électrons dans le gaz et le bloc.

Cette relation est une des formes de la relation de Gray [1].

b) Les calculs ont été entrepris dans le cas d'un système plan (*fig.* 2) constitué d'une plaque épaisse de graphite dans laquelle, à une profondeur T, il existe un espace rempli d'air d'épaisseur ΔT. Le rayonnement gamma est supposé normal à la face plane frontale du système. Les électrons sont produits dans la paroi par effet photoélectrique, collisions Compton et création de paires. En outre, des effets secondaires sont produits par les quanta dégradés, le rayonnement de freinage des électrons primaires et les radiations d'annihilation.

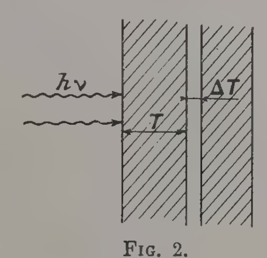


FIG. 2.

Nous négligerons les deux derniers effets qui sont faibles dans notre domaine énergétique. (Si pour $E = 50$ MeV les électrons secondaires perdent 15 % environ de leur énergie par freinage, il faut tenir compte du coefficient d'absorption des gamma émis. Le fait de négliger le freinage doit donc nous introduire une erreur assez faible, inférieure ou de l'ordre de 1 %.)

Il sera possible d'exprimer le résultat sous la forme du courant par unité de volume de la chambre remplie d'air, en fonction du « nombre de photons » arrivant normalement par unité de surface et par seconde.

Calcul de la chambre à parois épaisses (²). — *a*) Collisions simples. — Nous calculons la fraction moyenne $F(h\nu)$ d'énergie du photon $h\nu$ convertie en ionisation par *collision simple*. $h\nu$ étant l'énergie du photon, il produit un électron d'énergie cinétique $E(E < h\nu)$. Si $\eta(E)$ est la fraction d'énergie cinétique E de l'électron réellement dissipée sous forme d'ionisation, la fraction d'énergie du quantum convertie sous forme d'ionisation sera :

$$\frac{E}{h\nu}\,\eta(E). \tag{2}$$

Soit $\sigma(h\nu, E)\mathrm{d}E$ le nombre d'électrons (créés par les photons $h\nu$) dont l'énergie est comprise entre E et $E + \mathrm{d}E$, la valeur moyenne de la fraction d'énergie du rayonnement convertie en ionisation sera :

$$F(h\nu) = \frac{\int \frac{E}{h\nu}\,\eta(E)\,\sigma(h\nu, E)\,\mathrm{d}E}{\int \sigma(h\nu, E)\,\mathrm{d}E} \tag{3}$$

le domaine d'intégration étant le domaine des énergies possibles pour les électrons. $\eta(E)$ a la forme suivante :

$$\eta(E) = \frac{\int_0^{R(E)} \left(\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x}\right)_{\text{coll}} \mathrm{d}x}{\int_0^{R(E)} \left[\left(\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x}\right)_{\text{coll}} + \left(\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x}\right)_{\text{rad}}\right] \mathrm{d}x} \tag{4}$$

où $\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x}$ représente la perte d'énergie par unité de parcours de l'électron et les indices « coll » et « rad » sont affectés respectivement aux phénomènes de collision et de radiation.

b) Sensibilité pour les collisions primaires. — Soit un flux unitaire de gamma monochromatiques $h\nu$ arrivant normalement sur la surface frontale de la chambre. L'intensité du faisceau à la profondeur x est $e^{-\mathfrak{T}x}$ où $\mathfrak{T} = \mathfrak{T}(h\nu)$ est le coefficient d'absorption totale pour le rayonnement d'énergie h. Si le parcours des électrons était nul, la fraction d'énergie convertie en ionisation dans une épaisseur $\mathrm{d}x$ à la profondeur x serait :

$$F(h\nu)\;\mathfrak{T}(h\nu)\;e^{-\mathfrak{T}(h\nu).x}\,\mathrm{d}x \tag{5}$$

Pour tenir compte du parcours des électrons éjectés, nous considérerons l'effet d'une intensité moyenne arrivant sur une plaque d'épaisseur R placée juste en avant de la cavité. Pour R, nous prendrons le « parcours moyen des électrons secondaires produits par des quanta d'énergie $h\nu$. » Ce résultat a été calculé semi-expérimentalement pour l'aluminium par Fowler, Lauritsen et Lauritsen [3] (³).

Si nous supposons $\left(\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x}\right)_{\text{coll}}$ constant le long de la trajectoire d'un électron, ce qui est une approximation très convenable pour la région d'énergie utilisée, l'effet moyen sera :

$$S(h\nu) = \frac{1}{R}\int_{T-R}^{T} F(h\nu)\;\mathfrak{T}(h\nu)\;e^{-\mathfrak{T}(h\nu)x}\,\mathrm{d}x \tag{6}$$

soit :

$$S(h\nu) = \frac{1}{R}\,F(h\nu)\;e^{-\mathfrak{T}T}\left[e^{+\mathfrak{T}R} - 1\right] \tag{7}$$

notons que (7) se réduit à (5) si R tend vers zéro.

S *représente la fraction d'énergie convertie par collision primaire sous forme d'ionisation, par unité d'épaisseur de paroi, à la profondeur* T, *pour un faisceau normal à la paroi frontale de la chambre.*

c) Effet des collisions secondaires. — 1) Calculons l'ionisation due aux quanta provenant de l'effet Compton primaire. Soit un gamma qui, après un parcours $x(x < T)$ normal à la paroi de la chambre, subit une diffusion Compton dans l'élément dr et qui peut atteindre la cavité d'air après un parcours r dans la nouvelle direction (cf. *fig.* 3).

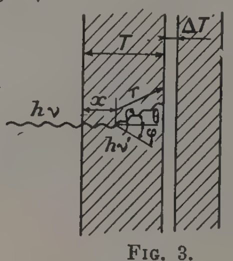


Fig. 3.

Si l'on considère le rayonnement d'énergie $h\nu'$ se propageant dans la direction θ comme étant un rayonnement primaire, il est possible de calculer sa contribution à l'ionisation de l'espace d'air. Il suffit d'intégrer cet effet sur θ. Le calcul montre que la sensibilité due au rayonnement diffusé s'écrit [2] :

$$S'(h\nu) = 2\pi NZ\,e^{-\mathfrak{T}T}\int_0^1 \frac{\psi(\mu)}{\omega(\mu)}\left[1 - e^{-\omega T}\right] F(h\nu')\,\mathrm{d}\mu \tag{8}$$

où :

$h\nu' = h\nu - E$ est l'énergie du quantum diffusé dans l'angle θ.

$\mu = \cos\theta$

$\psi(\mu) = \frac{h\nu'}{h\nu}\,\sigma_0(h\nu, \mu)$ où σ_0 représente l'expression de la formule de Klein-Nishina en fonction de $h\nu$ et μ.

$\omega(\mu) = \frac{\mathfrak{T}' - \mathfrak{T}\mu}{\mu}$ où $\mathfrak{T}' = \mathfrak{T}(h\nu')$

(²) Nous utilisons la méthode que Flowers et al. ont employée pour calculer une chambre d'ionisation à parois épaisses d'aluminium [2].

(³) Nous avons calculé théoriquement la valeur de R pour le graphite entre 0 et 50 MeV et comparé nos valeurs aux résultats de Fowler et al.

2) Signalons que les collisions des électrons secondaires ont un effet moyen nul. Ceci a été démontré par G. C. Lawrence [4].

d) Sensibilité. — Finalement la sensibilité de la chambre, compte tenu des collisions secondaires mais non de la rétrodiffusion, s'écrit :

$$S_0(h\nu) = S(h\nu) + S'(h\nu). \tag{9}$$

La relation entre l'intensité de courant dans la chambre d'ionisation et le flux de rayonnement gamma peut s'exprimer ainsi : si le flux de quanta est de 1 photon d'énergie $h\nu$ par cm² et par seconde, normalement à la chambre, le courant par unité de volume d'air sera :

$$i(h\nu) = \frac{10^6}{32,0} h\nu \frac{\rho_{air}}{\rho_{graph}} .10\, e.r.S_0 \tag{10}$$

où ρ est la densité (de l'air ou du graphite suivant l'indice).

32,0 représente l'énergie de création d'une paire d'ions dans l'air (en eV) ; $h\nu$ est l'énergie du photon incident en MeV et i le courant dans la chambre en ampère ; r étant le pouvoir d'arrêt relatif des électrons dans le gaz et le graphite.

Calcul numérique d'une chambre à parois épaisses de graphite. — Le graphite a été choisi parce qu'il est l'élément dont le numéro atomique est le plus voisin de ceux des éléments composant l'air. Le graphite utilisé, fourni par l'atelier de graphite du C. E. A., a une densité de

$$\rho_{graph} = 1,76 \pm 0,02 \text{ g/cm}^3.$$

a) Calcul du coefficient η (cf. équation 4). — Nous avons calculé $-\left(\frac{dE}{dx}\right)_{coll}$ et $-\left(\frac{dE}{dx}\right)_{rad}$ d'après les données de Heitler [5]. Puis par intégration graphique de $\left(\frac{dx}{dE}\right)$ nous avons calculé

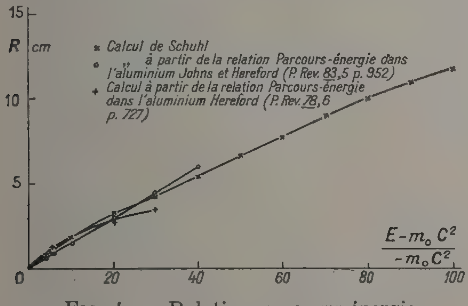


Fig. 4. — Relation parcours-énergie dans le graphite $\rho_G = 1,76$ g/cm³.

le parcours des électrons dans le graphite (cf. *fig.* 4). Nous avons comparé nos résultats au résultat obtenu en prenant les parcours des électrons dans l'aluminium et en supposant l'absorption massique des électrons dans la matière comme étant une constante (⁴).

A partir de ce résultat, nous avons pu intégrer les expressions de $\frac{dE}{dx}$ sur le parcours et, par conséquent, obtenir $\eta(E)$ qui prend la forme :

$$\eta(E) = 1 - 0,0033\, E \tag{11}$$

où E est l'énergie cinétique de l'électron (cf. *fig.* 5).

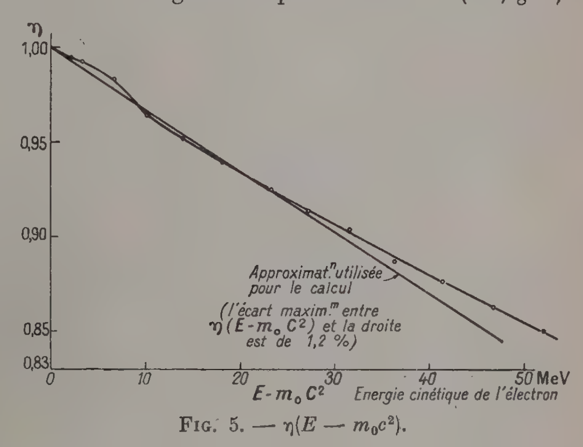


Fig. 5. — $\eta(E - m_0c^2)$.

b) Calcul de F($h\nu$). — Il est plus simple, pour calculer $F(h\nu)$, de décomposer l'équation (3) en trois parties :

$$F(h\nu) = a_{ph} F_{ph} + a_c F_c + a_p F_p \tag{12}$$

avec

$$a_{ph} + a_c + a_p = 1 \tag{13}$$

chacun des termes du second membre de (12) correspondant aux trois effets de gamma inter-

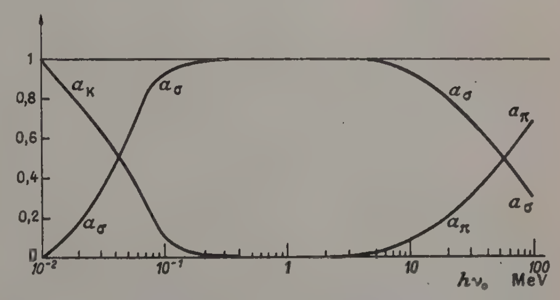


Fig. 6. — Probabilités des effets photoélectriques, Compton et de création de paires dans le carbone (valeurs relatives).

agissant avec la matière, effet photoélectrique (ph), collision Compton (c), création de paires (p) ; a_{ph}, a_c et a_p sont les probabilités relatives des

(⁴) L'absorption des électrons dans Al est tirée d'un article de Hereford [6].

trois processus sus-nommés. Nous les avons calculés à partir des données de Heitler [7] et de C. R. Davisson et R. D. Evans [8]. Les valeurs de ces coefficients sont représentées figure 6.

Calcul de F_{ph} : L'effet photoélectrique n'est important qu'à faible énergie, lorsque les pertes radiatives sont négligeables, donc $\eta(E) \simeq 1$. De plus, dans ce processus, toute l'énergie du quantum est transformée en énergie cinétique (l'énergie de liaison de l'électron dans l'atome étant négligeable) d'où il ressort que :

$$F_{ph} = 1. \qquad (14)$$

Calcul de F_c : Nous avons :

$$F_c(h\nu) = \frac{1}{h\nu} \frac{\int E\,\eta(E)\,\sigma_c(h\nu, E)\,dE}{\int \sigma_c(h\nu, E)\,dE} \qquad (15)$$

$\sigma_c(h\nu, E)$ est la formule de Klein-Nishina. Elle est aisément calculable à partir de l'article de C. M. Davisson et R. D. Evans [8] (5)

Calcul de F_p : Dans le cas de la création de paires la section efficace est indépendante de l'énergie de l'électron soit :

$$\sigma_p(h\nu, E) = \sigma_p(h\nu) \qquad (16)$$

Ainsi :

$$F_p = \frac{2}{h\nu(h\nu - 2mc^2)} \int_0^{h\nu - 2mc^2} E\,\eta(E)\,dE \qquad (17)$$

Soit :

$$(F_p = h\nu) = \frac{h\nu - 2mc^2}{h\nu} \left\{ 1 - \frac{2}{3} a (h\nu - 2mc^2) \right\} \qquad (18)$$

En posant :

$$\eta(E) = 1 - aE. \qquad (19)$$

Note : Nous avons admis que les comportements des positons et des négatons étaient identiques en ce qui concerne les parcours, l'ionisation spécifique et les pertes radiatives.

c) Calcul du parcours moyen des électrons R (cf. éq. 6). — Nous avons tout d'abord utilisé les résultats de Fowler, Lauritsen et Lauritsen [3] en admettant que le parcours massique était le même pour l'aluminium et le carbone. Nous avons extrapolé leurs résultats au-dessus de 17,6 MeV. Puis nous avons calculé le parcours moyen des électrons provenant d'un faisceau de gamma monochromatique, d'énergie $h\nu$. Nous écrivons :

$$\bar{R} = a_c \bar{R}_c + 2 a_p \bar{R}_p \qquad (20)$$

où $\bar{R}_c$ et $\bar{R}_p$ sont les parcours moyens correspondant respectivement à l'effet Compton et à la création de paires. Le parcours $\bar{R}_p$ est égal à la moitié du parcours maximum, si l'on suppose comme précédemment que l'ionisation est constante le long de la trajectoire pour des électrons de grande énergie. Le facteur 2 provient de ce que chaque « création de paire » donne naissance à 2 électrons.

Nous définirons $\bar{R}_c$ de la manière suivante : Supposons toujours que le parcours est proportionnel à l'énergie (dans un matériau donné). Cela signifie $R(E) = \alpha . E$ où α est une constante.

Soit un photon $h\nu$ donnant par effet Compton un électron d'énergie E (*fig.* 7). Le parcours de cet

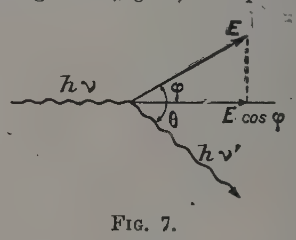


Fig. 7.

électron sera $R(E) = \alpha . E$ mais comme la chambre est plane, ce qui nous intéresse c'est la projection du parcours suivant la direction incidente des photons. Dans ces conditions nous obtenons

$$\bar{R}_c(h\nu) = \frac{\alpha \int_0^{\pi/2} E(h\nu, \varphi)\,\sigma(h\nu, \varphi) \cos\varphi\,d\varphi}{\int_0^{\pi/2} \sigma(h\nu, \varphi)\,d\varphi}. \qquad (21)$$

Cette expression de $\bar{R}_c$ n'a de sens que pour des valeurs relativement élevées de $h\nu$ et, en fait, on doit trouver une valeur plus grande que la valeur réelle qui devrait être calculée avec les portées.

La figure 8 représente les résultats obtenus par les deux procédés. Le tableau I donne la comparaison de S_1 (obtenue à partir de la valeur de R de Lauritsen et al) et S_2 (à partir de notre calcul).

TABLEAU I

$h\nu$(MeV)	S_1/S_2
5	0,6
10	1,01
20	1,03
30	1,025
40	1,05
50	1,00

Remarques. — 1) La précision sur R n'est pas de très grande importance. Ceci est dû à ce que le

(5) Si l'on pose $h\nu = \alpha m_0 c^2$ et $E = \varepsilon h\nu$, on obtient

$$F_c(\alpha) = \int_0^{\frac{2\alpha}{1+2\alpha}} \varepsilon \eta(\varepsilon)\,\sigma_c(\varepsilon)\,d\varepsilon \times \left[\int_0^{\frac{2\alpha}{1+2\alpha}} \sigma_c(\varepsilon)\,d\varepsilon \right]^{-1}$$

avec $\sigma_c(\varepsilon) = r_0^2 \left\{ 1 + \frac{[\alpha - \varepsilon(1+\alpha)]^2}{\alpha^2(1-\varepsilon)^2} + \frac{\varepsilon^2}{1-\varepsilon} \right\} \frac{d\varepsilon}{\alpha}$.

coefficient d'absorption des électrons est beaucoup plus grand que celui des photons. L'équation (7) qui nous donne l'expression de la sensibilité s'écrit :

$$S = \frac{1}{R} F(h\nu)\, e^{-\mathcal{C}T}\, (e^{\mathcal{C}R} - 1).$$

FIG. 8. — Parcours moyens des électrons produits par des quanta $h\nu_0$.

Si l'on cherche l'influence sur S d'une erreur sur R, on a :

$$\frac{\Delta S}{S} = \frac{\Delta R}{R}\left[\frac{\mathcal{C}R\, e^{\mathcal{C}R} - 1}{e^{\mathcal{C}R} - 1}\right]$$

R est petit, pour

$h\nu = 0{,}05$ MeV $\mathcal{C} = 0{,}29\ \text{cm}^{-1}$ $R = 2.10^{-3}$ cm $\mathcal{C}R \simeq 0$

$h\nu = 25$ MeV $\mathcal{C} = 0{,}025$ $R = 2{,}5$ $\mathcal{C}R = 0{,}05$

$$\frac{\Delta S}{S} = \frac{\Delta R}{R} \times 0{,}05.$$

Ainsi une erreur de 10 % sur R introduit 0,5 % sur S.

2) Le calcul de la chambre a été fait avec les valeurs de R extrapolées de Lauritsen.

d) Calcul du pouvoir d'arrêt relatif pour les électrons dans le carbone et l'air. — Pour calculer r nous utilisons l'expression de B. Rossi et K. Greisen [9] :

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{\text{coll}} = 1{,}53.10^5 \frac{Z}{A}\left[20{,}2 + 3 \log \frac{p}{m_0 c^2} - 2 \log Z\right] \qquad (22)$$

où Z et A sont respectivement le numéro et la masse atomiques, m_0c^2 la masse au repos de l'électron et p l'impulsion de la particule.

Nous obtenons les résultats suivants :

E_{MeV}	0,25	1	2	5	10	15	20	25
r	1,02	1,02	1,02	1,015	1,015	1,01	1,01	1,01

Nous prendrons pour r la valeur : $r = 1{,}015$.

e) Calcul de la sensibilité. — Les valeurs de $F(h\nu)$, $S(h\nu)$, $S'(h\nu)$ ont été calculées par Mme Pillard du Bureau de Calcul du C. E. A. que nous tenons à remercier. S et S' ont été calculés pour diverses valeurs de T (épaisseur de la paroi) : pour $T = 4{,}5$; 9 et 13,5 cm.

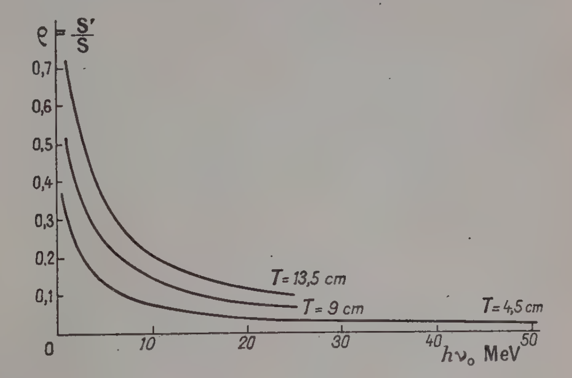


FIG. 9. — Rapport de la sensibilité d'une chambre à parois de graphite pour les effets secondaires (S') et primaires (S) en fonction de l'énergie des gamma incidents, pour diverses valeurs de l'épaisseur des parois T ($\rho_g = 1{,}76$ g/cm³).

Nous reproduisons les courbes $S'(h\nu)/S(h\nu)$ ainsi que les courbes donnant le courant dans la chambre en fonction de l'énergie $h\nu$ des quanta (*fig.* 9 et 10).

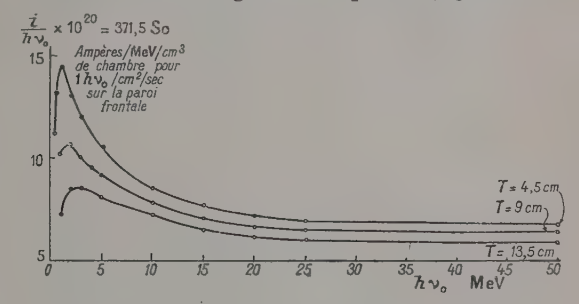


FIG. 10. — Sensibilité d'une chambre d'ionisation à parois épaisses de graphite.

A titre de comparaison, nous reproduisons la courbe de sensibilité dans le cas de Al, calculée par Flowers et al. [2] (cf. *fig.* 11).

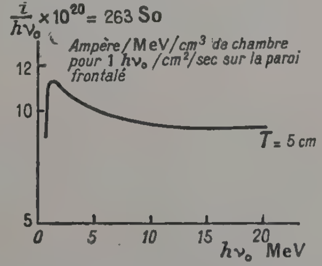


FIG. 11. — Résultats de Flowers et al. (*Proc. Phys. Soc.*, **65**, 388 B, 291) concernant la sensibilité d'une chambre d'ionisation à parois épaisses d'aluminium ($\rho_{Al} = 2{,}3$ g/cm³).

f) Précision du calcul. — Il est difficile d'évaluer la précision d'une telle méthode, vu le grand nombre d'approximations. Il est possible de l'estimer aux environs de 5 à 10 %.

Utilisation d'une chambre d'ionisation à parois épaisses de graphite (C. I. P. E. G.). — a) Schéma. — Nous avons entrepris le calcul d'une C. I. P. E. G. en vue d'étudier les réactions photonucléaires à l'aide de rayonnement gamma d'énergie élevée : gamma du lithium (17,6 et 14,8 MeV), spectre de freinage de bétatron. La chambre d'ionisation est en graphite de densité 1,76. Nous avons choisi l'épaisseur de paroi égale à 4,5 cm, correspondant au parcours des électrons d'énergie maximum du bétatron utilisé (Bétatron de 22 MeV Allis et Chalmers du C. E. A., situé à l'Institut G. Roussy de Villejuif). Le schéma de la C. I. P. E. G. est représenté figure 12. Le volume de

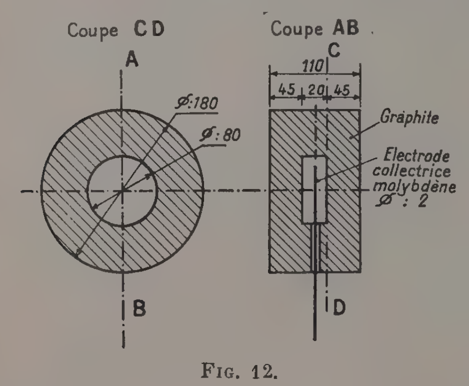


Fig. 12.

la cavité d'air est de 100 cm³. L'air est à la pression atmosphérique. L'air étant dans les conditions normales de température et de pression et en utilisant le bétatron comme source de gamma, la tension de saturation est de 1 500 volts. Les courants mesurés étant de l'ordre de 10^{-8} ampère, une telle tension peut paraître élevée pour une distance, entre l'électrode collectrice et les parois, de 1 cm. Ceci provient du fait que le bétatron émet le faisceau de gamma par impulsions de quelques micro-secondes toutes les 5 500 microsecondes (l'alimentation se fait en 180 hertz) et que, par suite, l'intensité instantanée est beaucoup plus grande.

b) Comparaison des résultats obtenus avec la C. I. P. E. G. et avec la chambre « Victoreen ». — Afin d'interpréter les résultats de mesures de courant obtenus dans la C. I. P. E. G. pour un faisceau du bétatron, il faut tenir compte du spectre de freinage. Nous avons calculé ce spectre à partir de la formule de L. I. Schiff [11] pour une énergie maximum de 22,5 MeV et avons tenu compte de l'absorption du faisceau dans les parois de l'ampoule d'accélération (donut). Nous avons normalisé le spectre pour une intensité de un photon d'énergie comprise entre 10 et 11 MeV arrivant par seconde sur 1 cm² de paroi frontale de la chambre. Nous obtenons comme valeur de l'intensité de courant dans la chambre :

$$i = \int_0^{h\nu_{\max}} S \times h\nu \times N(h\nu)\, d(h\nu) \qquad (23)$$

$i = 2{,}01 \,.\, 10^{-17}$ ampère/cm³ de C. I. P. E. G. pour 1 $h\nu$ de 10-11 MeV/cm²/s. Le volume de la C. I. P. E. G. étant de 100 cm³, on doit obtenir un courant de

$$i = 2{,}01 \,.\, 10^{-15} \text{ ampère} \qquad (23\text{ a})$$

pour un spectre de freinage normalisé dans les conditions précisées ci-dessus. Nous avons mesuré le courant correspondant à une intensité de 75 roentgens/min. à 1 mètre de la cible du bétatron, indiquée par la chambre Victoreen. Nous utilisons un galvanomètre AOIP à cadre mobile de sensibilité $0{,}029 \,.\, 10^{-9}$ ampère/mm/m. Le courant est de $0{,}94 \,.\, 18^{-8}$ ampère, la C. I. P. E. G. étant placée à 2 m. Ceci correspond à $3{,}76 \,.\, 10^{-8}$ ampère pour la C. I. P. E. G. placée à 1 m.

Le courant étant mesuré en ampères (coulombs/s) et l'intensité de gamma en roentgens/min, il faut introduire le facteur 60. On en déduit :

$$\mathcal{N}_{10-11} = \frac{3{,}76}{2{,}01} \cdot \frac{60}{75} \,.\, 10^{7} = 1{,}5 \,.\, 10^{7}\, h\nu$$

dans la bande 10-11 MeV/cm².roentgen.

Le tableau II donne la comparaison de nos résultats et de ceux de divers autres auteurs.

TABLEAU II

Nombre de photons d'énergie comprise entre 10 et 11 MeV dans un spectre de freinage de 22,5 MeV pour un flux de gamma de 1 roentgen Victoreen (1).

J. S. Laughlin [12]	W. V. Mayneord (2) [13]	H. E. Johns (2) [14]	C. G. Schuhl
$1{,}36 \,.\, 10^{7}$	$1{,}34 \,.\, 10^{7}$	$1{,}51 \,.\, 10^{7}$	$1{,}5 \,.\, 10^{7}$

(1) Il est tenu compte de l'absorption de l'ampoule d'accélération du bétatron.

(2) Les résultats des trois auteurs sont extraits de l'article de Laughlin.

L'accord entre les résultats est correct, compte tenu de la précision des calculs d'une chambre à parois épaisses.

c) Intérêts comparés de la C. I. P. E. G. et de la Victoreen. — 1) La chambre d'ionisation Victoreen est une chambre capacité à air que l'on charge à une tension déterminée et qui se décharge sous l'effet de l'ionisation due au rayonnement. Elle a donc l'avantage d'intégrer le rayonnement. Elle a une paroi relativement mince et, pour être dans

des conditions d'utilisation correctes, elle est placée dans un cube de plexiglas à une profondeur de 4 cm de la paroi frontale. Dans le cas d'étude de réactions avec des émulsions nucléaires, elle fournit la dose d'irradiation totale reçue et il est inutile d'avoir une intensité constante.

2) Au contraire, dans le cas où l'on mesure la radioactivité des éléments obtenus par réactions photonucléaires, il est indispensable de pouvoir mesurer l'intensité instantanée, ce que la C. I. P. E. G. permet de faire.

3) Il ressort de ce qui précède que la C. I. P. E. G., du point de vue fonctionnement, est plus intéressante que la chambre Victoreen, étant donné que pour intégrer la dose totale, il est possible de charger une capacité à l'aide du courant produit. Néanmoins, la chambre Victoreen conserve un intérêt si l'on désire avoir un détecteur de petites dimensions.

L'étude de cette chambre d'ionisation m'a été suggérée par M. Labeyrie il y a quelques années. Elle a été réalisée sous la direction de M. Berthelot, Chef du Service de Physique Nucléaire.

Manuscrit reçu le 9 mars 1956.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Gray (L. H.), *Proc. Roy. Soc.*, 1936, **156** A, 578.
[2] Flowers (B. H.), Lawson (J. D.) et Fossey (E. B.), *Proc. phys. Soc.*, 1952, **65**, 388 B, 286-295.
[3] Fowler (W. A.), Lauritsen (C. C.) et Lauritsen (T.), *Rev. mod. Physics*, 1948, **20**, 236-277.
[4] Lawrence (G. C.), *Canad. J. Phys.*, 1937, **15**, 5, 67.
[5] Heitler (W.), Quantum Theory of Radiation, 2e Ed, p. 173, 222, 219.
[6] Hereford (F. L.) et Swann (C. P.), *Phys. Rev.*, 1950, **78**, 727-731.
[7] Heitler (W.), Quantum Theory of Radiation, p. 123, 124, 126, 157, 158, 200-201.
[8] Davisson (C. H.) et Evans (R. D.), *Rev. mod. Physics*, 1952, **24**, 2, 80.
[9] Rossi (B.) et Greisen, *Rev. mod. Physics*, 1941, **13**, 4, 247.
[10] Johns (H. E.), Cunningham (J. R.) et Katz (L.), *Phys. Rev.*, 1951, **83**, 5, 952-954.
[11] Schiff (L. I.), Communication privée à Adams.
[12] Laughlin (J. S.), *Brit. J. Radiol.*, 1952, **25**, n° 289, 12-16.
[13] Mayneord (W. V.), *Brit. J. Radiol.*, 1950, supplément n° 2, 227.
[14] Johns (H. E.), Katz (L.), Douglas (A.) et Haslam (R. N. H.), *Phys. Rev.*, 1950, **80**, 1062.

SUR UNE MÉTHODE SIMPLE ET PRÉCISE POUR DÉTERMINER LE FACTEUR DE QUALITÉ Q DES CRISTAUX PIÉZOÉLECTRIQUES

Par Hermann MAYER.

Sommaire. — On décrit une méthode simple et précise pour déterminer le facteur de qualité Q des cristaux piézoélectriques. La méthode utilisée est basée sur l'excitation du cristal piézoélectrique à l'aide d'un générateur réglé sur la fréquence de résonance du cristal et sur l'interruption périodique de cette excitation à l'aide d'un vibreur. On obtient une courbe d'amortissement des vibrations du cristal pendant que le générateur est interrompu. Cette courbe est exploitée à l'aide de trois mesures simples effectuées sur l'écran de l'oscillographe cathodique.

I. **Revue des méthodes antérieures.** — Pour déterminer le facteur de qualité Q des cristaux piézoélectriques, on utilise beaucoup récemment la méthode qui branche le cristal comme élément de transmission série entre deux résistances faibles formant les éléments parallèles d'un circuit en forme de π. Cette méthode exige seulement la mesure des fréquences de résonance et d'antirésonance, ainsi que des tensions correspondant à ces deux fréquences. La méthode a certains inconvénients : elle exige un générateur d'amplitude et de fréquence très stables, avec un étalonnage en fréquence à grande échelle très précis, étant donné que, surtout pour le quartz, la fréquence de résonance et celle d'antirésonance sont très rapprochées. Un autre inconvénient est que le point d'antirésonance est flou. Enfin il est difficile de construire un générateur de fréquence et d'amplitude stables et qui fournisse en même temps une tension assez forte pour exciter un cristal piézoélectrique. On a essayé de remédier à cette dernière difficulté en amplifiant l'oscillation fournie par le générateur à l'aide d'un amplificateur spécialement construit pour ce but [1].

A cause de ces difficultés, il est justifié de simplifier la méthode d'amortissemenr utilisée le plus souvent jusqu'à maintenant mais qui présente certaines difficultés d'ordre technique. Le principe de cette méthode est d'exciter le cristal piézoélectrique par un générateur et de déterminer le facteur de qualité Q à partir de l'oscillation amortie obtenue. Ce principe a été appliqué de différentes manières. Chaikin [2] par exemple, fait interrompre par un pendule de Helmholtz l'oscillation d'un générateur qui excite un quartz et mesure à l'aide d'un galvanomètre balistique, après redressement, le courant de haute fréquence dû au quartz. Les mesures sont longues à faire et demandent certaines précautions. D'autres auteurs utilisent des méthodes semblables. Nous avons imaginé une méthode plus commode, faisant usage de la modulation de fréquence et de l'oscillographe cathodique [3]. Le seul inconvénient de cette méthode est qu'il faut appliquer une correction pour tenir compte de l'amortissement supplémentaire que l'appareil apporte au cristal piézoélectrique. La méthode que nous allons décrire maintenant simplifie celle-ci et rend la correction superflue.

II. **Méthode de l'excitation interrompue.** — 1) Principe. — Le principe de cette méthode consiste à exciter un cristal piézo-électrique à l'aide d'un générateur à la résonance avec lui, puis à supprimer cette excitation. Ce processus est répété à une fréquence suffisante pour que les oscillations amorties que le cristal effectue pendant les interruptions puissent être observées sur l'écran de l'oscillographe cathodique. On pourrait être tenté de produire cette interruption à l'aide d'un dispositif électronique, mais celui-ci laisse subsister un amortissement parasite. C'est pourquoi nous avons préféré un dispositif mécanique simple.

2) Réalisation. — Ce dispositif est un vibreur (*fig.* 1) du type utilisé pour alimenter une

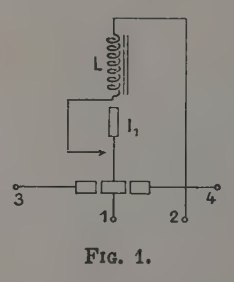


Fig. 1.

radio d'auto à partir d'une tension continue de 6 ou 12 volts. Nous l'avons légèrement modifié de la manière suivante : étant donné que nous voulons produire une centaine d'interruptions par seconde, nous alimentons la bobine L du vibreur, non plus en courant continu, mais en courant alternatif du secteur (6 volts). Ceci nous fournit 100 alternances

et autant d'interruptions. Comme nous n'avons pas besoin de « hacher » le courant continu pour obtenir du courant alternatif, nous supprimons l'interrupteur I_1 en le court-circuitant et en pliant la lame pour qu'elle ne puisse plus faire contact. Ceci a l'avantage d'éviter une source de dérangement et de prolonger de beaucoup la vie du vibreur.

Pour interrompre la liaison avec le générateur qui excite le cristal piézoélectrique, nous branchons de la manière suivante le vibreur entre le générateur et le quartz (*fig.* 2).

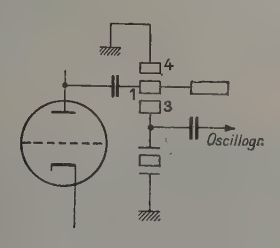


Fig. 2.

La lame 4 doit être mise à la masse pour que la tension provenant du générateur soit nulle pendant que le quartz effectue son oscillation amortie. Si l'on ne prend pas cette précaution, une petite tension provenant du générateur passe par capacité et l'on observe sur l'écran de l'oscillographe cathodique l'image suivante (*fig.* 3).

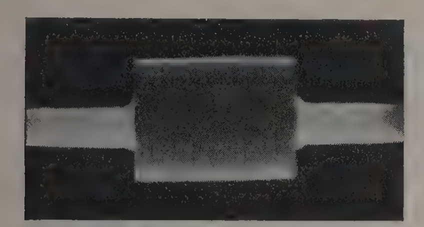


Fig. 3.

On voit les oscillations du générateur qui sont brusquement diminuées mais non annulées. Après avoir branché le point 4 à la masse on observe sur l'écran de l'oscillographe l'image représentée figure 4.

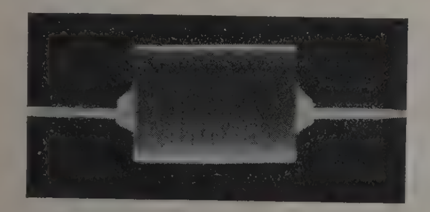


Fig. 4.

Voici enfin le schéma du montage complet (*fig.* 5).

On voit qu'un oscillateur Franklin, dû à Létienne [5] est relié à une pentode ce qui évite de le charger. Le cristal piézoélectrique est suivi

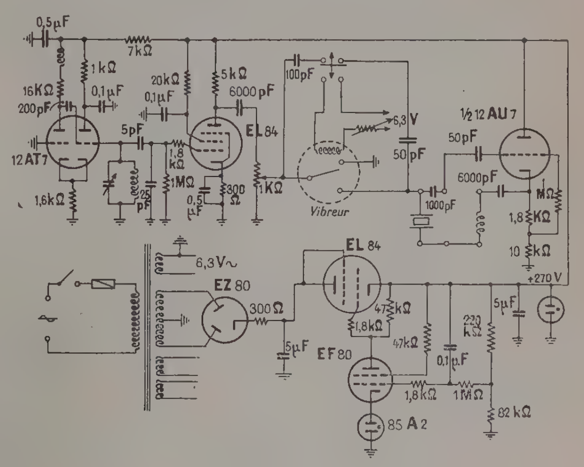


Fig. 5.

d'un cathode follower qui, grâce à sa grande impédance d'entrée, lui épargne tout amortissement.

Une photographie de l'appareil est donnée figure 5 *bis*.

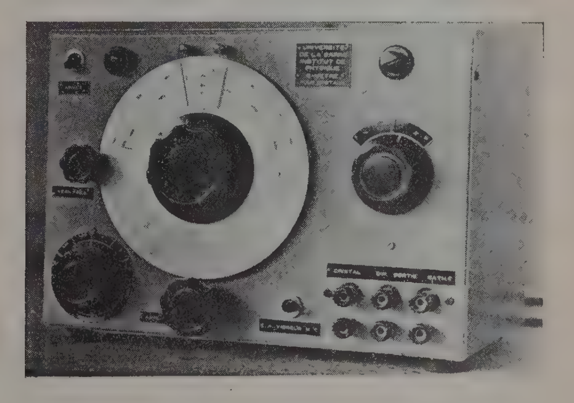


Fig. 5 *bis*.

3) **Fonctionnement.** — On voit qu'au début et à la fin de la phase d'interruption l'oscillation n'est pas complètement interrompue : c'est l'état mal défini pendant l'établissement et la rupture des contacts. Ce n'est que lorsque le générateur est complètement séparé du cristal piézo électrique que celui-ci effectue une oscillation amortie libre. On obtient par exemple sur l'écran de l'oscillographe cathodique l'image des vibrations d'un quartz 472 Hz (*fig.* 6).

TABLEAU

Fig. n°	Cristal de	Coupe	Mode de suspension	Provenance de l'échantillon	Pression	Fréquence	Q
6	Quartz	CT	Par fils en deux nœuds Quartz doré	SFR (suspension réparée au laboratoire après détérioration à haute température)	Ordinaire	472 kHz	9 000
7	Quartz	X	Libre entre électrodes métalliques	SEPE	Ordinaire	1 MHz	54 000
8	Quartz	CT	Par fils en deux nœuds Quartz doré	SFR	Vide	472 kHz	73 000
9	Sel de Seignette	X	Libre entre électrodes métalliques	Élevé dans notre laboratoire	Ordinaire	135,7 kHz	4 500

On voit que les points entre lesquels le cristal est complètement isolé sont marqués par des ordonnées un peu plus réduites. Il est commode de choisir l'intervalle de temps entre ces deux points comme durée T dont on a besoin pour déterminer Q. Un calcul simple (4) donne pour Q l'expression :

$$Q = \frac{\pi f T}{2{,}303 \log \, (E_0/E_1)}$$

f est la fréquence de résonance en Hz.

E_0 est l'amplitude de l'oscillation du cristal au début de l'oscillation libre amortie. E_1 est l'amplitude de cette oscillation à la fin de l'oscillation



Fig. 6.

libre amortie. T est le temps en secondes, nécessaire pour que l'amplitude décroisse de E_0 à E_1. La fréquence f est lue directement sur l'échelle du générateur. Le rapport E_0/E_1 est mesuré soit directement sur l'écran de l'oscillographe, soit sur une photographie de cet écran prise à travers un quadrillage en plexiglas à carreaux de deux millimètres (*fig.* 6 et 8). T est lu en abscisse sur l'écran de l'oscillographe cathodique si l'on dispose d'un oscillographe à deux canaux. On mesure T en superposant à l'oscillation amortie du cristal une sinusoïde de fréquence connue donnée par un générateur BF (*fig.* 7), ou, avec plus de précision, par des impulsions brèves dont la fréquence de répétition est connue.

Si l'on ne dispose ni d'oscillographe à deux canaux, ni de commutateur électronique, on module le Wehnelt en basse fréquence par une

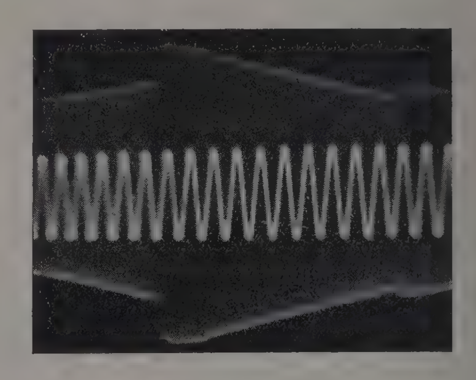


Fig. 7.

tension sinusoïdale à travers une capacité d'une centaine de picofarads. Nous avons utilisé dans ce but une fréquence de 2 kHz (*fig.* 6 et 8).

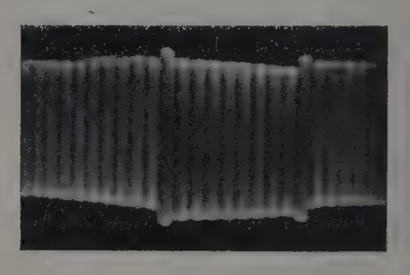


Fig. 8.

La méthode permet d'obtenir une courbe d'amortissement stable sur l'écran de l'oscillographe. A partir de cette courbe on peut évaluer Q à l'aide de trois mesures faciles à effectuer et d'un calcul simple.

4) **Exemples.** — Avec cet appareil nous avons déterminé le Q de quelques cristaux de quartz. La figure 8 représente l'image des vibrations d'un

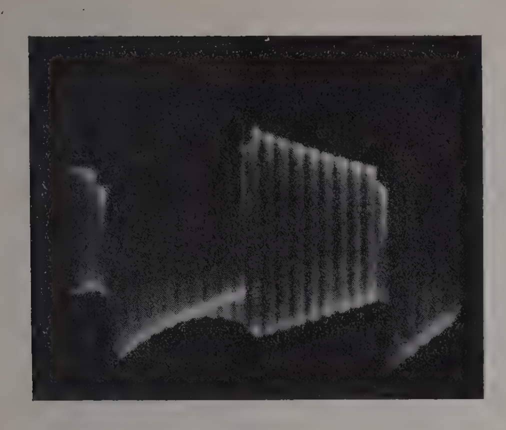


FIG. 9.

quartz de 472 kHz de meilleure qualité que celui de la figure 6. On voit les traces dues à la modulation du Wehnelt (grosses lignes verticales) et celles dues au quadrillage dont les droites verticales nous servent pour déterminer E_0 et E_1.

Enfin la figure 9 donne l'image de l'oscillation amortie d'un cristal de sel de Seignette de coupe X obtenue d'après la même méthode.

Voici dans le tableau suivant le facteur de qualité Q et quelques autres données des cristaux piézoélectriques représentées sur les différentes figures. Les Q ont été déterminés d'après la méthode décrite et à la température ordinaire.

Je tiens à remercier M. R. Guillien pour ses précieux conseils et pour ses suggestions.

Manuscrit reçu le 25 février 1956.

BIBLIOGRAPHIE

[1] MESNARD (G.) et EYRAUD (L.), *J. Physique Rad.*, 1955, **16**, 926-938.
[2] CHAIKIN (S.), *Z. Hochfrequenztechn.*, 1930, **35**, 6.
[3] MAYER (H.), *Thèse*, Nancy, 1955.
[4] MAYER (H.), *Thèse*, Nancy, 1955. Chapitre IV.
[5] LÉTIENNE (R.), *C. R. Acad. Sc.*, 1948, **227**, 506.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE ET LE RADIUM
PHYSIQUE APPLIQUÉE

SUPPLÉMENT AU N° 6
TOME 17, JUIN 1956, PAGE 108 A.

LES INSOLATEURS A BAS POTENTIEL

Par H. MASSON,
Laboratoire de Physique Climatique, Institut des Hautes Études, Dakar.

Sommaire. — L'utilisation de la chaleur solaire peut se faire par concentration des rayons. Les dispositifs sont en général coûteux.

Les insolateurs à bas potentiel permettent de recueillir la chaleur solaire par des procédés peu onéreux. Les lignes qui suivent ont pour but de montrer les possibilités des différents types d'appareils mais aussi leurs limites.

Il est possible ainsi de déterminer par avance les conditions de leur emploi.

La concentration des rayons solaires au moyen de miroirs permet d'obtenir des températures élevées. Mais le prix du dispositif en limite l'emploi.

Quand il n'est pas nécessaire d'opérer à haute température, on a avantage à utiliser des collecteurs plans souvent appelés insolateurs à bas potentiel. Un fluide F (l'eau par exemple) est recouvert d'un élément protecteur E (solide ou liquide) dont le rôle est double : transmettre au fluide la radiation qu'il a captée et s'opposer à l'évaporation du fluide. On définira alors le coefficient de transmission calorifique λ de l'élément protecteur E : la quantité de chaleur que E cède à F par centimètre carré durant une seconde quand il existe entre la couche superficielle de F exposée à la radiation solaire et le fluide, une différence de température de 1° C.

E entre dans l'appareil à une température t_i. Il en sort à une température t après avoir parcouru la distance x avec la vitesse v. Sa température s'est élevée de $\Delta t = t - t_i$. L'épaisseur h de la couche d'eau à échauffer sera toujours prise petite par rapport à x et à la largeur l de l'appareil. On aura évidemment S (surface insolée) $= lx$ et le débit de l'eau $D = hlv$.

L'étude mathématique rigoureuse de la question est très compliquée. Aussi on a été amené à faire quelques approximations qui se sont révélées compatibles avec l'expérience pour les faibles débits envisagés.

En particulier au lieu de partir de la valeur Q_0 de la radiation solaire globale, on a pris comme point de départ la température t_m de la surface de l'élément protecteur E exposée à la radiation solaire. t_m est évidemment fonction de Q_0 mais il présente l'avantage d'être directement accessible à l'expérience. En réalité t_m correspond à une moyenne calculée d'après des mesures faites grâce à des couples thermoélectriques placés en différents points de la surface.

Un élément de surface fluide $l\,dx$ à la température instantanée t reçoit durant le temps $d\theta$ une quantité de chaleur $\lambda(t_m - t)l\,dx\,d\theta$ qui élève de dt la température d'un volume d'eau $hlv\,d\theta$. D'où en appelant ρ et c respectivement la masse spécifique et la chaleur spécifique de l'eau :

$$\lambda(t_m - t_i)l\,dx\,d\theta = \rho\ c\,h\,l\,v\,dt\,d\theta$$

ρ et c dans le cas de l'eau peuvent être pris égaux à 1. Ils ne figureront plus dans les calculs ultérieurs.

En intégrant et en tenant compte de la température initiale t_i de l'eau, il vient :

$$t = (t_i - t_m)\,e^{-\frac{\lambda x}{hv}} + t_m$$

et si L est la longueur totale du dipositif on a :

$$\Delta t = (t_m - t_i)\left(1 - e^{-\frac{\lambda L}{hv}}\right).$$

Il est plus commode de faire intervenir les débits. On a alors :

$$\Delta t = (t_m - t_i)\left(1 - e^{-\frac{\lambda S}{D}}\right)$$

avec $\Delta t = \Delta t_l = t_m - t_i$ pour $D = 0$

ou S infinie et $\Delta t = 0$ pour $D = \infty$.

On aurait de même pour les quantités de chaleur

$$Q = D\,\theta(t_m - t_i)\left(1 - e^{-\frac{\lambda S}{D}}\right)$$

Cette quantité de chaleur admet aussi des limites.

Si $D = \infty$ $\quad S = \text{Cte}$ $\quad Q_l = \lambda S\,\theta(t_m - t_i)$

$D = \text{Cte}$ $\quad S = \infty$ $\quad Q_l = D\,\theta(t_m - t_i)$.

L'étude expérimentale a été faite avec différents types d'appareils. Dans tous, le fluide utilisé a été l'eau. Dans une première série de mesures l'élément protecteur a été d'abord l'huile de vaseline puis le mazout. Puis on a utilisé un élément protecteur solide. Dans l'insolateur type S, l'eau est recouverte d'une tôle de 1 mm d'épaisseur. Différentes expériences ont ensuite conduit à diminuer l'épaisseur h de l'eau insolée. En conséquence on a réalisé trois types d'insolateurs.

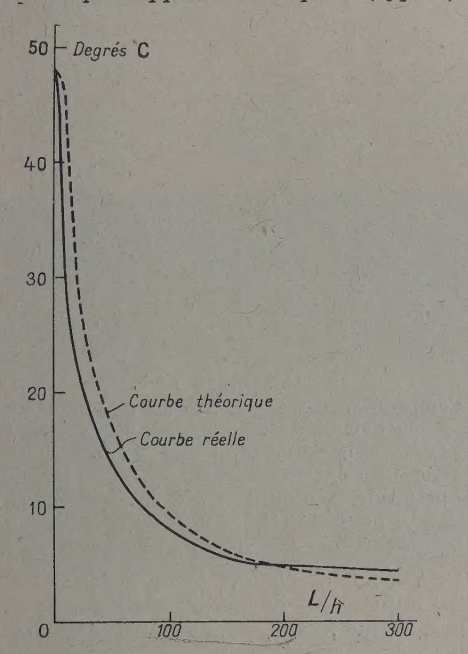
Type A : l'eau circule dans des tubes de cuivre.

Type B : l'eau chemine entre deux tôles planes.

Type T : deux tôles ondulées ont été soudées l'une contre l'autre en présentant un certain décalage. L'eau passe alors dans l'espace laissé libre entre les tôles.

Enfin dans une dernière série d'expériences, l'eau chauffée n'est pas utilisée directement mais circule par thermosiphon dans un circuit primaire et sert à échauffer l'eau d'utilisation. Dans ce cas l'insolateur est calorifugé par la fibre de verre.

De très nombreuses expériences ont été faites avec chaque type d'appareils. Nous prendrons ici comme exemple l'appareil à tôle plane (type B).



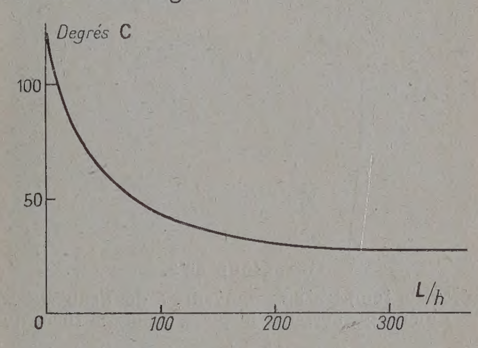
GRAPHIQUE N° 1. *Insolateur type B.*
Élévation de température moyenne de l'eau de sortie en fonction du débit.

Le graphique 1 donne la courbe des accroissements de température moyennes obtenues en planimétrant les courbes horaires des températures. On voit que la courbe théorique représentée en pointillés au-dessus de la courbe expérimentale pour les débits faibles passent en dessous pour les débits élevés. Le même phénomène s'est retrouvé dans les trois types d'insolateurs utilisés (isolement identique). Il a donc fallu admettre une perméabilité calorifique des parois. Pour les faibles débits (température élevée) l'eau chauffée cède de la chaleur au milieu extérieur. Au contraire pour les débits plus élevés, l'élévation de température est plus faible. C'est le milieu extérieur qui cède de la chaleur à l'eau. Le point d'intersection des courbes théoriques et expérimentales donne la température moyenne t_p des parois et le débit à partir duquel les parois commencent à fournir la chaleur au système. Ce débit peut d'ailleurs se retrouver par le calcul en posant $t - t_p < 0$.

On trouve

$$D > \frac{\lambda S}{\text{Log}\left(\frac{t_m - t_i}{t_m - t_p}\right)}$$ valeur confirmée par l'expérience.

Enfin l'étude de la répartition des calories permet de calculer le coefficient Cp caractéristique des parois considérées et on admettra que pour des valeurs suffisamment élevées du débit, il devient inutile de calorifuger.

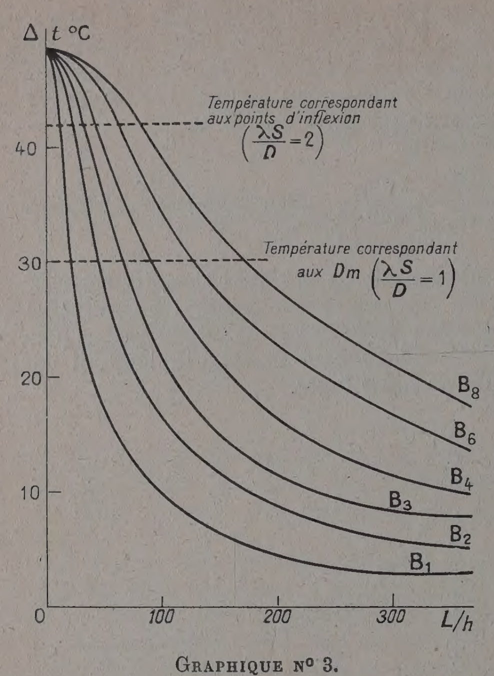


GRAPHIQUE N° 2. *Insolateur type B.*
Températures journalières maximum de l'eau de sortie en fonction du débit.

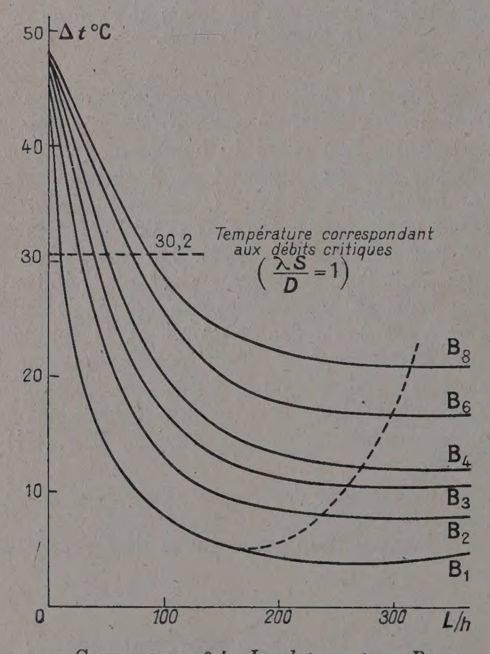
Le graphique 2 donne la moyenne des températures maximum obtenue avec différents débits : ce maximum a lieu entre 14 heures et 15 heures. Les courbes des graphiques 1 et 2 correspondent à des insolations fortes. (Radiations globales moyennes comprises entre 600 et 650 calories par jour et par centimètre carré). Durant l'hiver la radiation globale moyenne varie autour de 450 calories par jour et par centimètre carré. Dans ce cas $t_m - t_i$ est de l'ordre de 35 °C. et la température maximum pour un débit nul ne dépasse pas 100 °C. Les graphiques 3 et 4 donnent les courbes des températures théoriques et expérimentales pour différentes surfaces insolées allant de 2 m²(B1) à 16 m²(B8).

Sur les graphiques 3 et 4 on a représenté par des pointillés les valeurs des températures correspondant à deux valeurs particulières de l'expression $\frac{\lambda S}{D}$.

1° Si $\frac{\lambda S}{D} = 2$ la courbe représentative de Δt présente un point d'inflexion correspondant à un débit D_i au-dessous duquel les variations de Δt diminuent. On n'a donc pas intérêt à utiliser un débit $D < D_i$.



GRAPHIQUE N° 3.
Élévation de températures moyennes de l'eau de sortie pour différentes surfaces insolées. Courbes théoriques.



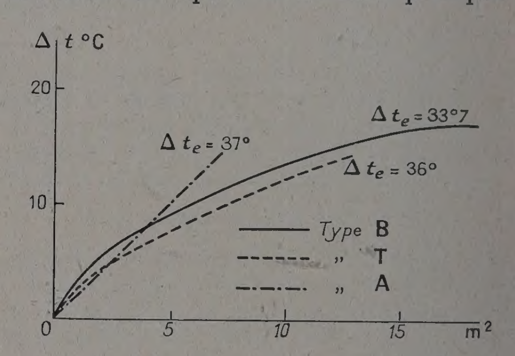
GRAPHIQUE N° 4. *Insolateurs type B.*
Élévation de température moyenne de l'eau de sortie pour différentes surfaces insolées. Courbes réelles.

2° Si $\frac{\lambda S}{D} = 1$ on a

$$\frac{\Delta t}{\Delta t_l} = \frac{Q}{Q_l} \# 0.63.]$$

Pour les valeurs de $D > D_m$ ($D_m = \lambda S$) on se rapproche de la quantité de chaleur limite avec élévation de température plus faible. Au contraire pour $D < D_m$, on obtiendra les élévations de températures plus importantes et des quantités de chaleur plus faibles. On peut donc ainsi déterminer le débit le plus adapté au but recherché.

De plus sur le graphique 4, un pointillé indique les températures correspondant à l'intersection de la courbe théorique et de la courbe pratique.



GRAPHIQUE N° 5.
Comparaison des augmentations de températures obtenues avec les 3 types d'appareil pour un débit de 120 l/h.

Une étude analogue a été faite avec les insolateurs A et T définis plus haut. Le graphique 5 indique les variations de Δt en fonction de la surface insolée pour chaque type d'appareil dans le cas ou le débit est de 120 litres-heure.

On a évalué λ et C_p pour les trois types d'appareils.

	A	B	T
λ (C. G. S.)	$3{,}5 \times 10^4$	$3{,}1 \times 10^4$	$2{,}3 \times 10^4$
Cp (cal/jour/degré)	$1{,}4 \times 10^5$	12×10^5	10×10^5

L'insolateur de type A paraît assurer le meilleur rendement. Malheureusement son prix élevé ne permet pas de prévoir son utilisation sur de grandes surfaces.

L'étude précédente s'applique au cas où l'eau échauffée n'est pas utilisée directement mais sert à échauffer l'eau d'utilisation.

Ainsi la détermination des possibilités des insolateurs peut se faire grâce à la connaissance d'un nombre restreint de variables λ, t_m, Dc, Cp, quel que soit le dispositif adopté. Les variables sont alors D et S.

Manuscrit reçu le 25 mai 1956.

LETTRE A LA RÉDACTION

RÉCEPTION DES TOPS RADIOÉLECTRIQUES A TRAVERS DES FILTRES B.F.

Par P. MESNAGE,
Faculté des Sciences de Besançon
et J. BOUCHARD,
Faculté des Sciences de Dijon.

On sait l'intérêt que présente en chronométrie la réception des tops à la seconde émis par divers services, en particulier par l'Observatoire Royal de Greenwich (MSF et autres) et par l'Observatoire Naval de Washington (WWV). Ces tops se composent de 5 périodes complètes d'une onde à 1 000 Hz commençant très exactement à la seconde ronde. Les émissions étant dans un spectre très encombré de signaux divers et de parasites, on peut chercher à les isoler par un filtre dont la bande passante serait centrée sur 1 000 Hz. Mais l'effet des filtres est complexe ; il consiste à la fois en une déformation et un retard : quelques observations et mesures préliminaires sont présentées ici.

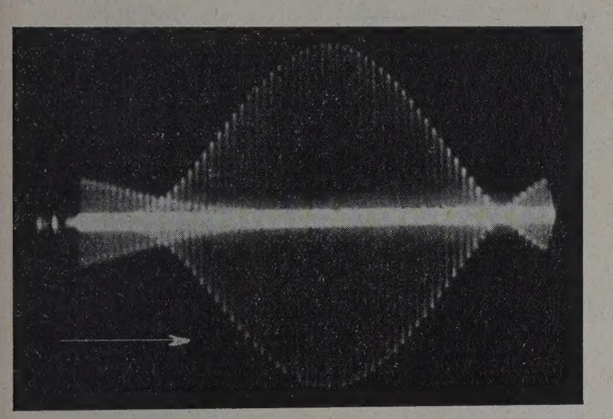


Fig. 1.

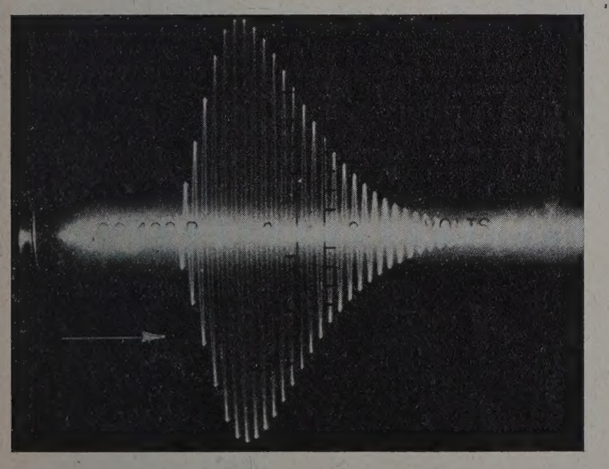


Fig. 2.

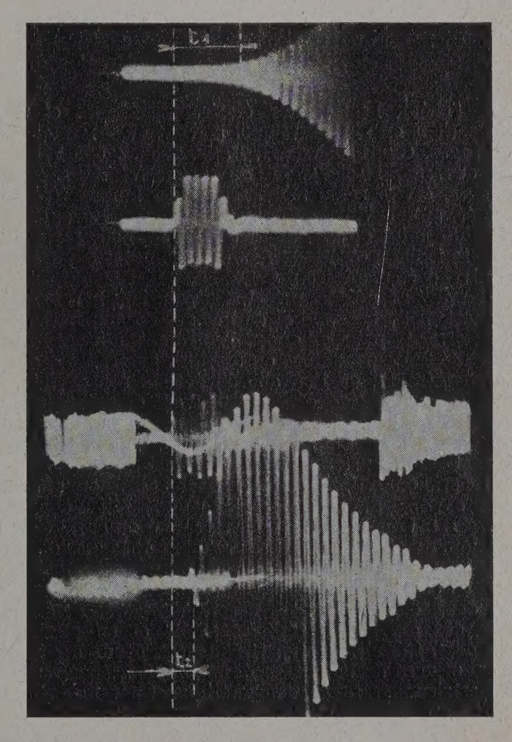


Fig. 3.

Un filtre à bande très étroite (2 db à ± 10 Hz, avec atténuation de 30 db à ± 40 Hz) (*fig.* 1) donne un étalement du signal sur 100 millisecondes au moins, avec 30 pour atteindre le premier maximum, 25 pour revenir à zéro et 45 environ pour la queue : qualitativement, c'est la même chose que l'excitation par choc d'un circuit peu amorti. Le retard introduit est de 6 ms environ (*fig.* 3, t_1) ; il faut dire « environ », parce que la montée en amplitude du signal transmis par le filtre est très progressive et que le « début » n'est pas bien localisé.

Des résultats bien différents sont obtenus avec un filtre dont la courbe de transmission essaie de repro-

duire le spectre du signal (spectre des intensités) [1] ou plutôt la « frange centrale » de celui-ci qui est de la forme $(\sin u/u)^2$. L'étalement du signal est encore considérable, ce qui n'est pas étonnant car la représentation d'un spectre de diffraction par sa seule frange centrale est vraiment grossière, mais le maximum est atteint en 7 millisecondes (*fig.* 2) tandis que la protection contre les signaux étrangers et les parasites est presque équivalente. En outre, le début du signal transmis est très net, ce qui permet d'évaluer plus exactement le retard qui se monte à 1,5 ms (*fig.* 3, t_2).

[1] Le filtre à été construit par M. Teyssier, élève ingénieur de l'Institut de Chronométrie à Besançon.

Manuscrit reçu le 25 avril 1956.

REVUE DES LIVRES

Kahan (Théo), **Les cavités électromagnétiques et leurs applications en radiophysique.** (1 vol., 16,5 × 25,5 cm, 120 pages, Gauthier-Villars, Paris, 1956, 1 600 F.)

Cet ouvrage, fascicule 60 du *Mémorial des Sciences Physiques*, est la seule monographie en langue française consacrée aux cavités en hyperfréquences. Le sujet est traité d'un point de vue assez théorique, mais reste d'un accès très facile, grâce à de nombreuses notes explicatives d'un niveau élémentaire.

Le chapitre I étudie les principales solutions harmoniques des équations de Maxwell et en tire des décompositions en modes normaux pour les ondes électromagnétiques se propageant dans l'espace libre ou dans les guides.

Au chapitre II, où l'on aborde l'étude des cavités, on trouve, en application directe du chapitre précédent, les modes de vibration des volumes les plus simples. Y sont définis également le couplage, la sélectivité, l'amortissement et le facteur de surtension.

La théorie analytique des oscillations libres ou amorties d'une cavité de forme quelconque fait l'objet du chapitre III. Comme applications : calcul du coefficient de surtension, du réseau équivalent et de l'impédance d'entrée et étude de la variation de la fréquence propre lorsqu'on perturbe l'une des parois d'une cavité.

Les deux derniers chapitres sont consacrés aux applications des cavités en radioélectricité et en physique : ondemètres, tubes pour hyperfréquences, étude des diélectriques, mesure de la vitesse de la lumière, spectroscopie microhertzienne, résonance magnétique et paramagnétique, horloge « atomique », etc.

Les références bibliographiques sont peut-être peu nombreuses, mais bien choisies.

Maurice Jessel.

Born (Max), **L'expérience et la théorie en physique.** (1 vol., 13 × 18 cm, 51 pages, Gauthier-Villars, Paris, 1955, 250 F.)

Ce petit opuscule, développement d'une conférence prononcée en 1943 à Newcastle-upon-Tyne, mérite qu'on s'y arrête, car le sujet traité présente un intérêt permanent. Le texte, clair et plein d'humour, a été traduit par M. J.-P. Mathieu avec une précision et une élégance fort agréables pour le lecteur peu familiarisé avec les finesses de l'anglais littéraire.

Le but de l'auteur était de dégager les rapports mutuels entre l'expérience et la saine théorie. Aussi, pour commencer, un bref raccourci de l'histoire de la Mathématique, de l'Astronomie et de la Physique met-il en évidence des périodes alternées de progrès technique et expérimental et de progrès théorique : tantôt la théorie cherche seulement à expliquer des résultats déjà connus, mais encore incompréhensibles, et tantôt elle est en mesure de prévoir les résultats futurs d'expérience encore inédites.

Un pas de plus conduit à distinguer deux catégories de prévisions théoriques : les prévisions analytiques, qui sont faites dans le cadre d'une théorie solidement établie et prouvée, et les prévisions synthétiques, conséquences parfois surprenantes d'un remaniement souvent radical des théories admises antérieurement. A part quelques exemples célèbres, tel que la découverte de la planète Neptune d'après les prédictions d'Adams et Le Verrier, les prévisions analytiques sont d'un type assez banal. Mais les prévisions synthétiques, véritables prémices d'idées vraiment neuves, fournissent à l'auteur l'occasion de nous montrer comment se créent et se développent les théories nouvelles. Nous parcourons ainsi toute l'histoire récente de la Physique, depuis l'électromagnétisme de Maxwell qui fit prévoir les ondes hertziennes jusqu'à la théorie de Yukawa qui prédit le méson, en passant par la mécanique des matrices, la mécanique ondulatoire et les statistiques quantiques.

Il restait à citer, comme contre-exemples en quelque sorte, des théories *a priori*, pures constructions de l'esprit, dont les auteurs, souvent pleins de talent, ont prétendu pouvoir se passer de toutes bases expérimentales. Ce sont les théories d'Eddington et de Milne que Max Born prend alors comme cibles, non sans quelques raisons semble-t-il : fragiles dans leur fondements, stériles dans leurs prévisions, ces deux cosmologies ne paraissent pas militer efficacement en faveur du primat de la théorie sur l'expérience.

De tout cela, Max Born nous invite à conclure avec lui que, pour arriver à déchiffrer le langage secret de la Nature, il vaut encore mieux se défier de tout dogmatisme et consulter les documents que la Nature elle-même prend la peine de nous fournir : les faits expérimentaux.

Il faut avouer qu'il n'est pas rare de lire des choses moins raisonnables, et écrites avec moins de talent.

Maurice Jessel.

Le Gérant : Maurice Blondin. — Dépôt légal : 2e trimestre 1956. — Imp. Taffin-Lefort à Lille (France).